ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 12 AOUT 1957.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS BLARINGHEM.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Notice sur la vie et les travaux de PAUL WALDEN, *Membre correspondant de l'Académie des Sciences* (*), par M. **GEORGES CHAUDRON**.

PAUL WALDEN, Correspondant de l'Académie pour la Section de Chimie, est né en 1863 en Livonie. Il fit ses études supérieures à l'Université de Riga, où enseignait alors le célèbre physicochimiste Wilhelm Ostwald, puis il devint professeur à cette Université. Il fut élu Membre de l'Académie impériale des Sciences de Saint-Pétersbourg en 1910 et Correspondant de l'Institut de France en 1916. A la révolution d'octobre 1917 il quitta la Russie pour l'Allemagne où il fut nommé Professeur et Directeur de l'Institut de Chimie de l'Université de Rostock. Il occupa ce poste jusqu'à sa mise à la retraite en 1936. Il mourut le 22 janvier dernier à Gammertingen dans le Würtemberg.

L'œuvre de Paul Walden s'étend à de nombreux domaines de la chimie. Ses premières recherches le conduisirent à préparer un grand nombre d'acides organiques et à étudier le pouvoir rotatoire des corps asymétriques. Il en résulta en 1896, à propos de l'acide malique, la découverte du phénomène de l'inversion optique qui fut reconnu, dès l'année suivante, par les plus grands chimistes de l'époque, comme le fait nouveau le plus important qui ait été révélé depuis Pasteur dans le domaine des composés doués d'activité optique.

En effet, depuis les mémorables travaux de Pasteur, on ne connaissait qu'un seul procédé pour passer d'un corps actif à son antipode optique; il consistait à dédoubler le racémique, c'est-à-dire le mélange à partie égale du corps droit et du corps gauche. Dans le phénomène découvert par Walden, en partant d'un isomère optique déterminé, on aboutit à son antipode; dans ce cas, la transformation était complète, et ne s'effectuait pas par moitié comme dans le cas du racémique. C'est ce phénomène qui fut appelé inversion de Walden.

Walden a donné lui-même une mise au point très complète sur ce phénomène en 1911 dans le *Journal de Chimie-Physique*; les recherches d'autres auteurs ont mis en évidence cet effet d'inversion optique sur de très nombreux composés organiques.

L'ensemble de ces travaux a eu des conséquences importantes au point de vue pratique : méthodes de préparation de composés optiquement actifs, détermination de la structure de ces composés. Ces travaux sont d'un très grand intérêt pour la stéréochimie en général.

Les recherches de Walden sur les électrolytes sont également classiques et particulièrement celles qui se rapportent aux solutions non aqueuses. Walden a présenté ses travaux dans ce domaine dans une conférence à la Société chimique de France en 1929. Il trouve dans les solutions non aqueuses des phénomènes nouveaux; en particulier il montre que la concentration pour laquelle la dissociation a une valeur donnée diminue avec la constante diélectrique du solvant. Walden a étudié tous les types de solvants ionisants, jusqu'aux isolants.

Enfin, l'œuvre de ce grand chimiste est riche en publications concernant l'histoire des grandes découvertes en Chimie et sur la vie des illustres chimistes du passé.

(*) Séance du 5 août 1957.

TOXICOLOGIE. — *Étude de l'action du baryum sur l'embryon de Poulet.* Note de MM. **René Fabre**, **René Truhaut**, **François Berrod** et **Marcel Girault.**

Dans le cadre d'une étude générale des effets de toxicité à long terme du baryum, nous avons été amenés à nous demander quelle était l'action de l'administration prolongée de petites doses de ce cation sur des organismes embryonnaires.

Nos recherches ont porté, soit sur des cobayes en gestation, soit sur des embryons de Poulet dont deux d'entre nous [1] ont montré l'intérêt comme réactif biologique en toxicologie. Nous rapporterons brièvement les résultats obtenus dans cette deuxième voie de recherches.

Nous rappellerons tout d'abord que l'introduction en une seule fois d'une quantité bien déterminée du produit à étudier dans le sac vitellin permet de réaliser, de façon idéale, l'intoxication chronique progressive. L'œuf de Poule embryonné constitue, en outre, un compartiment autonome, sans connexion avec d'autres milieux, contrairement à ce qui se passe avec les Mammifères chez lesquels l'organisme maternel peut intervenir dans les processus de détoxication et d'élimination. Il permet enfin

d'étudier l'action spécifique d'un produit donné sur des cellules, un tissu ou un appareil en voie de développement. Son utilisation a conduit à des données intéressantes dans le cas du thallium ([2]) et du plomb ([1]), mais, à notre connaissance, aucun travail de ce genre n'a été jusqu'ici effectué dans le cas du baryum. Seul, C. Sannié ([3]) s'est préoccupé de l'action de cet élément, *in vitro*, sur des cultures de fibroblastes de cœur et de foie et des « neuroblastes » d'embryon de Poulet. Il nous a semblé indispensable de compléter ses résultats par une étude de l'action, *in vivo*, du baryum injecté directement dans l'œuf de Poule embryonné.

Nous avons utilisé la technique décrite par R. Fabre et M. Girault ([1]). La quantité de baryum à injecter a été calculée en prenant arbitrairement comme base la DL 50 par voie intraveineuse chez le Lapin, variant, selon les auteurs, entre 2 et 4 mg/kg, ce qui représente une quantité de 100 à 200 μg pour un œuf d'un poids de 50 g.

Dans une première série d'expériences, nous avons injecté, au 5e jour de l'incubation, 0,1 ml d'une solution stérile de chlorure de baryum pur à 1 mg de baryum par millilitre (soit 100 μg). Le chlorure a été retenu pour éviter l'introduction d'un anion qui ne soit pas présent normalement dans le sac vitellin. Les œufs ont été ouverts le 19e jour de l'incubation. Seuls étaient extraits les embryons vivants, de façon à pouvoir comparer, d'une manière valable, les modifications anatomiques ou les variations pondérales observées par rapport à des embryons témoins issus d'œufs de même origine et incubés dans les mêmes conditions. Les embryons extraits étaient alors pesés et soumis à un examen macroscopique. Dans chaque série, comprenant 3 à 8 unités, les sujets présentant le maximum de retard dans le développement ont été radiographiés et soumis à un examen histologique.

Nos principales observations ont été les suivantes :

1. *Développement staturopondéral.* — Si l'on considère les moyennes figurant dans le tableau ci-dessous :

TABLEAU.

Influence du baryum sur le poids des embryons.

[Moyennes pondérales (en g au 19e jour d'incubation).]

	Intoxiqués.	Témoins.
1re série	11,20	14,50
2e »	11	15,50
3e »	19,65	22,50
4e »	18,30	19,80
5e »	17,70	28,10

On voit qu'il est retardé dans toutes les séries, mais il faut bien souligner que, dans chaque série, certains embryons intoxiqués présentaient un développement égal ou même supérieur à celui des témoins les moins

développés, ce qui tend à faire penser que certains facteurs peuvent empêcher l'action du baryum. Chez environ 60 % des embryons intoxiqués, nous avons noté une atrophie des pattes, beaucoup plus grêles que celles des témoins.

2. *Données radiologiques.* — L'examen radiologique n'a rien révélé chez les embryons ne présentant aucun retard de développement statuto-pondéral. Chez les autres, nous n'avons rencontré aucune dystrophie comparable à celles observées avec le thallium ou le plomb, mais nous avons noté une minceur des diaphyses et un retard de calcification des épiphyses et de la voûte cranienne. Les os des membres avaient une longueur normale, mais étaient plus grêles que ceux des témoins (*fig.* 1 et 2).

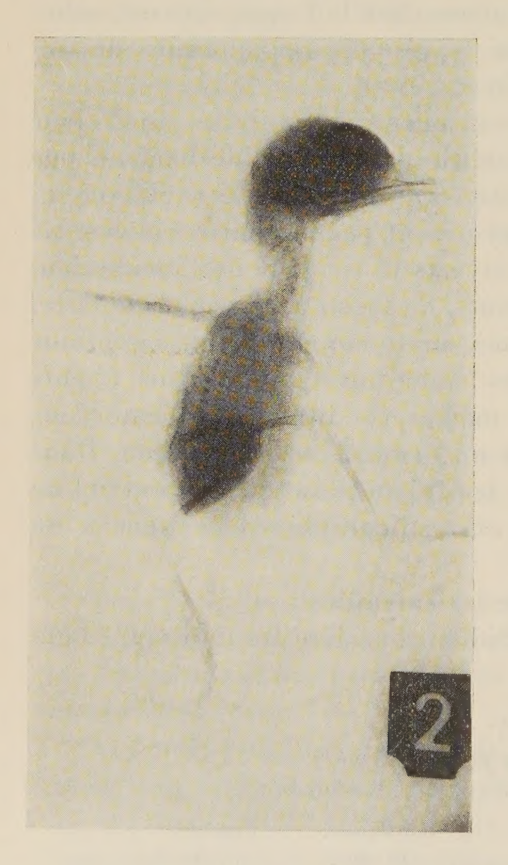


Fig. 1.
Embryon de Poulet intoxiqué par le baryum.

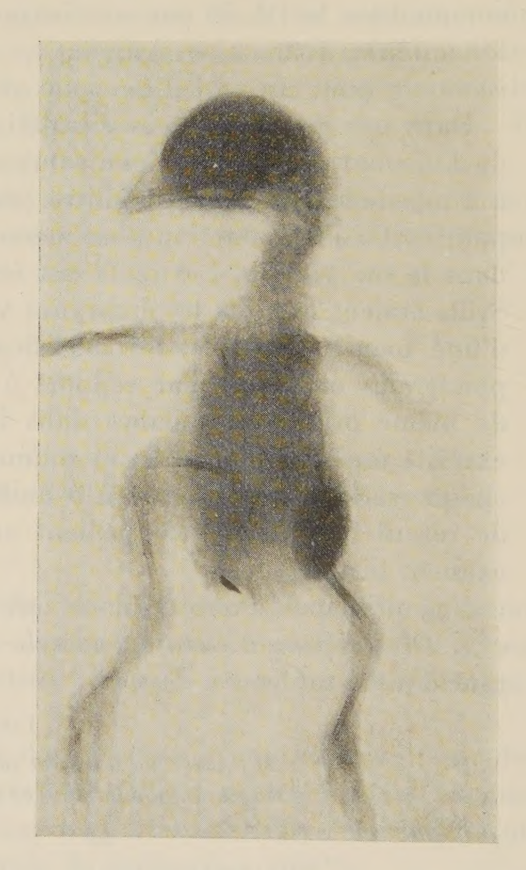


Fig. 2.
Témoin non intoxiqué.

3. *Données anatomopathologiques.* — Chez aucun des embryons intoxiqués, nous n'avons relevé d'anomalie au niveau du système nerveux ainsi que du tissu mésenchymateux et des muscles striés qui étaient en plein développement. L'examen du système osseux, pratiqué au niveau des fémurs, des tibias et de la voûte cranienne, a révélé une mise au repos des lignes

d'ossification enchondrale. Dans certains cas, les ébauches diaphysaires étaient dystrophiques et formées de lamelles osseuses dépourvues d'ostéoblastes.

Dans l'espoir d'accentuer ces anomalies, nous avons pratiqué une deuxième série d'expériences avec des doses de baryum plus élevées : 200, 300 et 500 μg, chaque dose ayant été essayée sur 10 œufs embryonnés.

Nous avons été surpris de constater que de telles doses ne provoquaient aucune des modifications staturopondérales, radiologiques et histologiques observées avec la dose de 100 μg. L'explication de ces résultats paradoxaux nous échappe encore; nous espérons que l'étude des localisations au moyen du ^{131}Ba nous apportera des données intéressantes à cet égard.

En conclusion, contrairement au thallium qui provoque chez l'embryon de Poulet de graves lésions d'achondroplasie ([3]), le baryum, même à la posologie optima, ne fait apparaître qu'un retard du développement statutopondéral et de l'ossification. Ces observations sont néanmoins suffisamment intéressantes pour justifier des recherches ultérieures sur le double plan toxicologique et biochimique.

([1]) R. FABRE et M. GIRAULT, *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 535.
([2]) D. A. KARNOFSKY et coll., *Proc. Soc. Exp. Biol. Med.*, 73, 1950, p. 255-259.
([3]) C. SANNIÉ, *Ann. Méd. légale*, 28, 1948, p. 91-95.

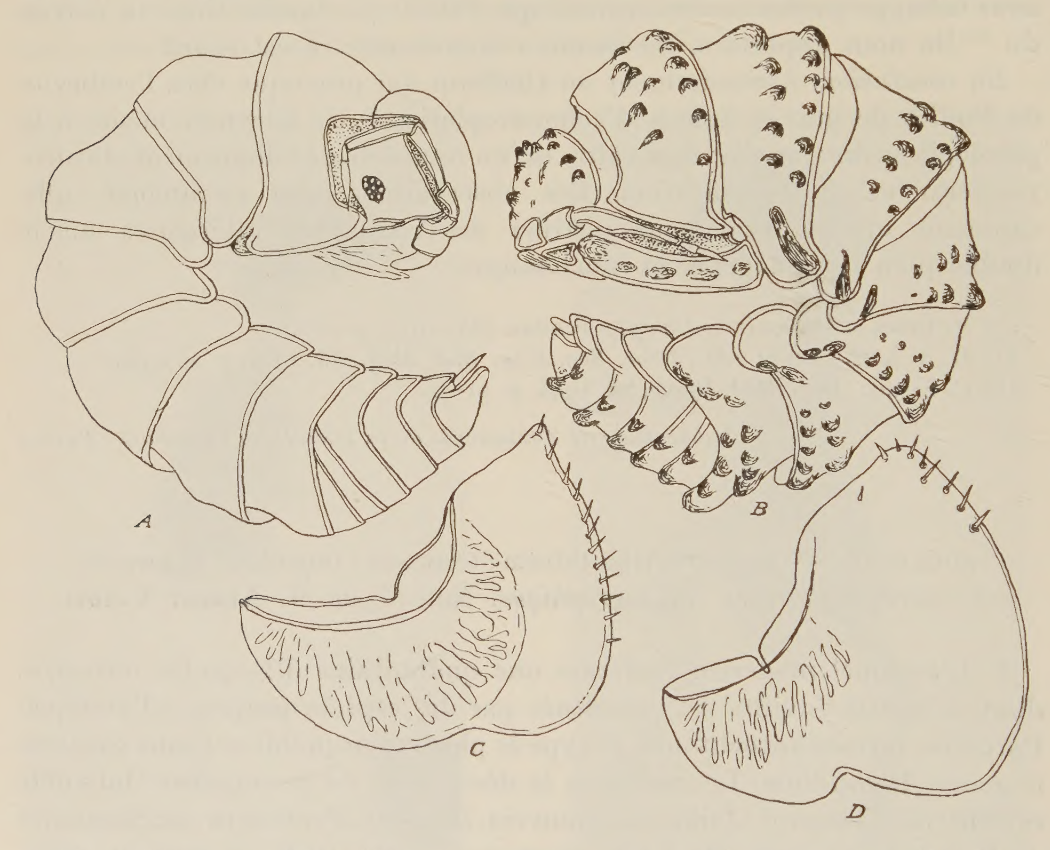
(*Laboratoire de Toxicologie de la Faculté de Pharmacie, Paris.*)

ZOOLOGIE. — *Le genre* Atlantidium (*Crustacés; Isopodes*)*; sa genèse; son intérêt évolutif et biogéographique.* Note (*) de M. **ALBERT VANDEL**.

1. L'archipel madérien renferme une quarantaine d'Isopodes terrestres dont la moitié environ est constituée par des espèces propres à l'archipel. Parmi les formes autochtones, le type le plus remarquable est sans conteste le genre *Atlantidium*. Le mérite de la découverte de ce singulier Oniscoïde revient au Chanoine Jaime de Gouveia Barreto, Professeur au Séminaire de Funchal, qui a récolté les premiers représentants de ce genre en 1935. Ils furent décrits, en 1936, par le Professeur Alceste Arcangeli ([1]), et reçurent le nom d'*Atlantidium*. Une mission, subventionnée par le Centre National de la Recherche Scientifique, et dirigée par l'auteur de cette Note, a permis d'apporter quelque lumière sur la signification et la genèse de cet Oniscoïde.

2. Le genre *Atlantidium* est représenté, dans l'état actuel de nos connaissances, par trois espèces : *A. barretoi* Arcangeli qui est propre aux forêts de Lauracées et d'Oléacées de l'île de Madère. Cette espèce paraît actuellement fort rare. Les exemplaires de la collection du Chanoine Barreto

ont été recueillis à la Fajà dos Vinhaticos et dans la région du Pico do Gabo. Notre mission en a récolté deux exemplaires, l'un à Rabaçal (H. Coiffait), l'autre au Pico Ruivo (P. Saltet). La seconde espèce, *A. secundum* Arcangeli, a été trouvée par le Chanoine Barreto dans l'Ilheu da Cevada (encore appelé Ilheu dos Desembarcadourous) qui prolonge, à l'est, la Ponta de Sâo Lourenço. Quant à la troisième espèce, *A. mateui* Vandel (*fig.* B), elle est moins rare que les deux précédentes, puisque plus de 70 exemplaires ont été recueillis en quelques heures, par MM. Colas et Mateu, dans l'Ilheu Châo (l'île septentrionale de l'archipel des Desertas).



Ainsi, le genre *Atlantidium* nous apparaît représenté aujourd'hui par quelques espèces rélictes, réfugiées dans les grandes forêts de Lauracées et d'Oléacées de la région centrale de Madère, et dans les îles désertes de l'archipel madérien.

3. Arcangeli (1) avait tout d'abord classé le genre *Atlantidium* dans la famille des *Armadillidiidæ*; mais, prenant plus exactement conscience du caractère profondément original de cet Oniscoïde, il instituait, par la suite, une nouvelle famille d'Oniscoïdes, celle des *Atlantidiidæ* (2).

4. L'archipel madérien (de même que les archipels canarien et açoréen) est dépourvu d'*Armadillidiidæ* autochtones. Les *Armadillidiidæ* que

l'on y rencontre et qui y sont parfois très communs (*Armadillidium vulgare* Latreille, *Eluma purpurascens* B.-L.), sont des espèces importées par l'Homme (donc postérieurement à 1425). Aussi, le genre *Atlantidium* a-t-il dû jouer, avant qu'il ne devienne une forme rélicte en suite des bouleversements apportés par l'homme, un rôle analogue à celui que remplit le genre *Armadillidium* dans la région méditerranéenne.

5. Les *Armadillidiidæ* dérivent des *Porcellionidæ*; cette filiation est suggérée par l'anatomie et par l'existence de formes intermédiaires entre les deux familles (*Eleoniscus*); elle est enfin confirmée par les études biométriques de Matsakis ([3]).

Les *Atlantidiidæ* sont issus, eux aussi, des *Porcellionidæ*. Mais, leur origine peut être fixée avec beaucoup plus de précision que celle des *Armadillidiidæ*. En effet, *Atlantidium* se rattache étroitement aux *Porcellio* que l'on peut rassembler sous le nom de *groupe madérien*, en raison de leurs ressemblances morphologiques et de leur habitat limité au seul archipel madérien (*Porcellio maculipes* B.-L., *P. cataractæ* Vandel, *P. scitus* B.-L. et *P. atlantidium* Paulian de Félice). C'est de la dernière espèce qu'*Atlantidium* est le plus voisin. L'isopodologue ne peut manquer d'être fortement impressionné par le fait que les pléopodes sexuels mâles *sont à peu près identiques* chez *Porcellio atlantidium* et chez les représentants du genre *Atlantidium*, ainsi que le montrent les figures relatives aux exopodites de la première paire de pléopodes (*fig.* C, *Porcellio atlantidium*; *fig.* D, *Atlantidium mateui*). Ajoutons que d'autres similitudes rapprochent encore les deux types : *P. atlantidium* a la faculté de se reployer en arc de cercle, indubitable manifestation d'une tendance volvationnelle; la structure céphalique d'*Atlantidium* est très différente de celle d'*Armadillidium*, tandis qu'on peut la rattacher sans difficulté au type porcellionien; le telson d'*Atlantidium* ne diffère de celui de *Porcellio atlantidium* que par la brièveté de la région terminale.

Comme les *Porcellio* appartenant aux espèces précitées, de même que le genre *Atlantidium*, sont propres à l'archipel madérien, on doit en conclure que la transformation du premier type en le second s'est accomplie *entièrement sur le territoire madérien*, c'est-à-dire tout à fait indépendamment de l'évolution armadillidienne qui s'est déroulée dans le cadre méditerranéen.

6. Encore que l'évolution volvationnelle se soit effectuée indépendamment dans les deux familles des *Armadillidiidæ* et des *Atlantidiidæ*, elle a suivi des voies remarquablement parallèles. Le même allongement des protergites, la même convexité des tergites péréiaux, les mêmes dispositifs d'engrenage, la même étroitesse des pleurépimères et des néopleurons, la même forme d'uropode, se retrouvent dans les deux familles. La similitude est si grande qu'un *Atlantidium* privé de sa tête et de son

premier segment serait rangé sans hésitation dans le genre *Armadillidium.*

Le parallélisme que l'on relève dans les dispositions volvationnelles se retrouve d'ailleurs dans bien d'autres familles d'Isopodes. Qu'il nous suffise de rappeler que dans le seul sous-ordre des Oniscoïdes (des exemples analogues se retrouvent chez les formes aquatiques), on ne connaît pas moins de douze lignées différentes constituées en tout ou partie de types volvationnels : les *Tylidæ*, les *Buddelundiellidæ*, quelques *Oniscidæ* (*Armadilloniscus lindahli* Richardson), les *Tendosphæridæ*, les *Spelæoniscidæ*, certains *Cyclisticidæ* et Porcellionides quinquetrachéates (*Porcellium*), les *Armadillidiidæ*, les *Atlantidiidæ*, les *Actæciidæ*, beaucoup d'*Eubelidæ* et les *Armadillidæ.* Il est donc légitime d'affirmer que les transformations évolutives du type Oniscoïde — et, d'une façon générale, du type Isopode — tendent vers la réalisation de dispositifs volvationnels; et, d'en conclure que ces dispositions sont apparues en suite d'évolutions parallèles et orientées se déroulant dans des lignées distinctes. Les exemples d'évolutions parallèles sont d'ailleurs extrêmement fréquents dans le règne animal; et, c'est bien à tort que les tenants de la « théorie synthétique » ont voulu en nier l'existence, en suite d'une illégitime extension de la notion de mutation génétique au domaine de l'évolution.

7. L'une des différences essentielles qui distingue les genres *Atlantidium* et *Armadillidium* réside dans le mode volvationnel. Chez le premier, il appartient au *type exoantenné* (antennes se repliant à l'extérieur du corps, lors de l'enroulement), et dans le second, au *type endoantenné* (antennes se reployant à l'intérieur du corps, lors de la volvation). Le type exoantenné est d'une grande rareté; il n'est complètement réalisé que dans deux familles d'Oniscoïdes atrachéates, les *Tendosphæridæ* et les *Spelæoniscidæ* [4], et chez les *Atlantidiidæ* qui sont des Oniscoïdes pseudotrachéates. Cependant, la disposition que l'on observe chez *Atlantidium* représente une solution originale et inédite de la construction volvationnelle. Alors que chez les *Tendosphæridæ* (*fig.* 4) et les *Spelæoniscidæ*, le sillon antennaire intéresse la région *médiane* du vertex et se prolonge éventuellement sur le bord *antérieur* du premier péréionite, on observe, chez *Atlantidium* (*fig.* B), une orientation toute différente. Le sillon antennaire céphalique est franchement *latéral.* Il s'installe entre le lobe frontal médian et le lobe frontal latéral, entraînant ainsi, de façon très curieuse, l'œil au fond de la gouttière antennaire. En sorte que sur l'animal enroulé, l'œil est invisible, parce que recouvert par l'antenne (à la façon d'un homme qui se cache les yeux en rabattant les bras sur la figure). Le sillon céphalique se prolonge en une gouttière creusée sur le bord *latéral* du premier péréionite.

Ainsi, dans un cas comme dans l'autre, le sillon antennaire du premier péréionite prolonge la gouttière céphalique. Penser que l'exact ajustement de ces deux gouttières soit l'effet d'un hasard heureux est proprement

invraisemblable. Cette coaptation suggère l'existence, aussi bien dans le développement embryonnaire que dans l'évolution phylétique, d'une induction réglant le développement harmonieux des deux sillons, céphalique et péréial.

8. L'intérêt que présente le genre *Atlantidium* est d'ordre, non seulement morphologique et évolutif, mais encore biogéographique et paléogéographique. Il apparaît, en effet, bien invraisemblable que le déroulement d'évolutions aussi complexes que celles que nous venons d'évoquer, ait pu se dérouler dans le cadre étroit de l'archipel madérien. On est ainsi conduit à attribuer à ces îles, non point la qualité d'îles océaniques, mais la valeur d'un ancien continent englouti sous les eaux, à l'exception de ses plus hauts sommets. Cet effondrement est probablement contemporain des cassures qui ont accompagné la formation de l'Océan Atlantique.

(*) Séance du 29 juillet 1957.

(1) *Boll. Mus. Zool. Anat. Comp. Univ. Torino*, 45, n° 64, 1936, p. 219-254.

(2) *Boll. Ist. Mus. Zool. Univ. Torino*, 4, n° 5, 1954, p. 75-93.

(3) *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 584.

(4) *Bull. biol. Fr., Belg.*, 1948, p. 388-428.

M. **Paul Fourmarier**, Correspondant pour la Section de Géologie adresse en hommage à l'Académie l'ensemble de ses travaux sur la Schistosité.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Flore générale de Belgique*, publiée sous la direction de Walter Robyns. *Spermatophytes*, par André Lawalrée. *Saxifragaceæ*, par D. A. Webb;

2° *Studies on the soil microfauna. I. The Moss inhabiting Nematodes and Rotifers*, by C. Overgaard;

3° Union minière du Haut-Katanga 1906-1956. *Évolution des techniques et des activités sociales*;

4° *Fra nationalmuseets Arbejdsmark* 1949 *à* 1956.

ALGÈBRE. — *Sur l'étude de la condition d'associativité des ensembles à loi de composition aléatoire.* Note (*) de M. **Georges Gourevitch**, transmise par M. Georges Darmois.

La condition

(1) $$P_{a_i}P^{\star}_{a_j}=P^{\star}_{a_j}P_{a_i} \quad (^1) \qquad (i, j=1, 2, \ldots, n)$$

nous incite à étudier l'associativité des ensembles E_n et par suite celle d'un groupoïde quelconque sous l'angle de la commutativité des matrices.

Un cas se prêtant à un examen relativement facile est celui où les spectres d'une au moins des matrices P_{a_i} et d'une au moins des matrices $P^{\star}_{a_i}$ sont composés de n racines caractéristiques *distinctes*. Toutes les matrices P_{a_i} et $P^{\star}_{a_i}$ ont alors le même carré des modes.

Soient $\lambda_i^k (k=1, 2, 3, \ldots, n)$ les racines caractéristiques de la matrice P_{a_i}. On voit facilement que ce sont également les racines caractéristiques des matrices $P^{\star}_{a_i}$.

L'expression générale des éléments p_{ij}^k est alors donnée par

(2) $$p_{ij}^k=\frac{\begin{vmatrix} \lambda_1^1 & \ldots & \overbrace{\lambda_i^1\lambda_j^1}^{k^{\text{ième}}\text{ colonne}} & \ldots & \lambda_n^1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \lambda_1^n & \ldots & \lambda_i^n\lambda_j^n & \ldots & \lambda_n^n \end{vmatrix}}{|\Lambda|}.$$

$|\Lambda|$ étant le déterminant d'éléments λ_i^k l'expression (2) est simplement la conséquence directe de la condition (1). Si l'on veut tenir compte du fait que $\sum_k p_{ij}^k=1$ on doit s'assurer qu'une colonne quelconque du déterminant $|\Lambda|$ a ses termes tous égaux à 1.

Il est visible que dans le cas étudié la commutativité est vérifiée.

Si E_n est un groupoïde ordinaire, et que la règle de simplification est assurée, nous nous trouvons dans le cas banal des groupes cycliques.

Certains cas, encore particuliers, où toutes les matrices P_{a_i} ont le même carré de modes, mais où l'on suppose l'existence au moins d'un système de deux colonnes de modes pour lesquelles les racines caractéristiques de toutes les matrices P_{a_i} sont égales, ont été étudiés, et les expressions générales des symboles p_{ij}^k dégagées. Néanmoins une vue plus profonde de cette question est obtenue en cherchant la signification du symbole p_{ij}^k lui-même.

D'une manière générale, l'ensemble $\mathcal{E}$ est un sous-ensemble d'un espace vectoriel dont les éléments sont des vecteurs $\mathfrak{U}$ de composantes. $\Pi_{\mathfrak{U}}^1, \Pi_{\mathfrak{U}}^2, \ldots, \Pi_{\mathfrak{U}}^n$, $\Pi_{\mathfrak{U}}^i$ n'ayant plus le caractère d'une probabilité.

Dans un tel espace il est possible de définir une loi de composition interne multiplicative au moyen du symbole p_{ij}^k.

Le vecteur $\mathcal{U}.\mathcal{V}$ a par définition comme composantes les quantités

$$\Pi^s_{\mathcal{U}},\ \Pi^t_{\mathcal{U}},\ p^i_{st} \qquad (i=1,\ 2,\ \ldots,\ n).$$

Ce produit est évidemment distributif à gauche et à droite par rapport à l'addition. Il est associatif si, et si seulement la condition (1) est vérifiée.

Dans ce cas, l'ensemble des vecteurs $\mathcal{U}$ a la structure d'un anneau.

Notons que le symbole p_{ij}^k a un caractère tensoriel, ce qui entraîne la conséquence suivante :

Si U est une matrice quelconque régulière, étant donné le système des n matrices P_{a_i} et *des n matrices* $P^*_{a_i}$ *satisfaisant à la condition* (1), *le système des n matrices* Q_i *et des n matrices* Q^*_i *d'éléments* q^k_{ij} *définis par les égalités*

$$(3) \qquad Q_i = u_i^k\,\mathrm{U}P_{a_k}\mathrm{U}^{-1} \qquad (k=1,\ 2,\ \ldots,\ n)$$

satisfait également à la condition (1) (u_i^k *étant les éléments de la matrice* U).

Les égalités (3) s'écrivent aussi

$$(4) \qquad Q^*_i = \mathrm{U}_i^k\,\mathrm{U}P^*_{a_k}\mathrm{U}^{-1} \qquad (k=1,\ 2,\ \ldots,\ n).$$

Comme ces égalités traduisent simplement un changement de base dans l'espace vectoriel, on peut les inverser et exprimer les matrices P_{a_i} en fonction des matrices Q_i par l'intermédiaire de la matrice inverse U^{-1}.

Les éléments des matrices Q_i ne conservent pas les caractéristiques d'une probabilité que possèdent les éléments des matrices P_{a_i}.

En faisant parcourir à U la totalité des matrices régulières, on obtient un ensemble des systèmes de $2n$ matrices Q_i, Q^*_i. Cet ensemble est fermé par rapport à l'opérateur U ; c'est-à-dire si l'on considère l'ensemble de $2n$ matrices à partir d'un système particulier $Q_{i_1}Q^*_{i_1}$ calculé au moyen des relations (3) en faisant parcourir à U la totalité des matrices régulières un tel ensemble se confond avec le précédent.

Il est souhaitable, même au prix de la perte du caractère de probabilité, de trouver un système de $2n$ matrices $Q_iQ^*_i$ suffisamment simplifié, de manière à pouvoir dégager le nombre minimum de relations entre les éléments pour que la condition (1) soit vérifiée.

Dans cette voie signalons le théorème suivant :

Si parmi les n matrices $P^*_{a_i}$ *il en est une* $P^*_{a_{i_1}}$ *qui possède une racine caractéristique multiple*

$$\lambda^1_{i_1}=\lambda^2_{i_1}=\ldots=\lambda^f_{i_1} \qquad (f<n)$$

et que cette matrice soit diagonalisable par l'intermédiaire d'une matrice régulière U, *le symbole obtenu à partir de la relation* (3) *est tel que*

$$(5) \qquad q^l_{ik}=0 \quad \text{si}\ k\leq f\ \text{et}\ l>f \quad \text{ou si}\ k>f\ \text{et}\ l\leq f \qquad (i=1,\ 2,\ \ldots,\ n).$$

de plus, les matrices Q_i^* *vérifient l'égalité*

$$u_{i_1}^l Q_l^* = \Lambda_{i_1} \qquad (l = 1, 2, \ldots, n), \tag{6}$$

Λ_{i_1} *étant la matrice diagonale :*

$$\begin{pmatrix} \lambda_{i_1}^1 & & & \\ & \lambda_{i_1}^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_{i_1}^n \end{pmatrix}.$$

Comme conséquence de ce théorème, le cas où l'une des matrices $P_{\alpha_1}^*$ soit $P_{\alpha_1}^*$ n'a que des racines caractéristiques doubles différentes de zéro a été étudié. La condition (1) se réduit à

$$\left\{\begin{array}{c} q_{ij}^{k_1} q_{k_1 l}^t + q_{ij}^{k_1+1} q_{k_1+1 l} = q_{jl}^{k'_1} q_{ik'_1}^t + q_{jl}^{k'_1+1} q_{ik'_1+1}^t \\ (i = 1, 2, \ldots, 2N), \\ [k_1 = 2m - 1;\ j = 2m - 1, 2m\ (m = 1, 2, \ldots, N)], \\ [l = 2m' - 1, 2m', t = 2m' - 1, 2m', k'_1 = 2m' - 1\ (m' = 1, 2, \ldots, N)], \end{array}\right. \tag{7}$$

notation non tensorielle.

Résumons les résultats obtenus : si $q_{2m'-1\ 2m'-1}^{2m'}$ ou $q_{2m'2m'}^{2m'-1}$ est différent de zéro : on obtient

$$\left\{\begin{array}{l} q_{2m'2m'-1}^{2m'} = q_{2m'-1\ 2m'}^{2m'}, \\ q_{2m'2m'-1}^{2m'-1} = q_{2m'-1\ 2m'}^{2m'-1}, \end{array}\right. \tag{8}$$

$$q_{2m'2m'}^{2m'-1} q_{2m'-1\ 2m'-1}^{2m'} = q_{2m'-1\ 2m'}^{2m'} q_{2m'-1\ 2m'}^{2m'-1}, \tag{9}$$

$$q_{il}^t = 0 \qquad (i \neq 2m', 2m' - 1). \tag{10}$$

Il y a donc commutativité entre ces éléments.

Si $q_{2m'-1\ 2m'-1}^{2m'} = q_{2m'2m'}^{2m'-1} = 0$, les éléments q_{il}^t sont en général différents de zéro, et ne commutent pas.

(*) Séance du 29 juillet 1957.

(1) *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 614.

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Propriétés m fois continûment dérivables des ensembles fermés.* Note (*) de M. **Georges Glaeser**, transmise par M. Jacques Hadamard.

Cette Note fait suite à la Note (1). On définit ici le *paratingent linéarisé d'ordre m* d'un ensemble fermé de R^n. Cette notion de géométrie infinitésimale directe est adaptée à l'étude des fonctions m fois continûment dérivables.

1. Le paratingent linéarisé d'ordre m. — Soit K un pavé compact de R^n, et F un fermé contenu dans K.

Définition. — Une immersion locale d'ordre m de F, au point $A \in F$, est une variété m fois continûment dérivable située dans R^n, et contenant un voisinage de A (relativement à F).

PROPOSITION I. — *L'intersection des variétés linéaires tangentes en* A, *à toutes les immersions locales d'ordre* m *de* F, *en* A, *est identique à la variété linéaire tangente commune à toutes les immersions locales de dimension minimale. Cette variété linéaire tangente commune s'appelle* le paratingent linéarisé d'ordre m, *au point* A *de* F [*en abrégé* $\text{ptgl}^m(A)$].

En faisant correspondre à chaque point $A \in F$, son $\text{ptgl}^m(A)$, on obtient un champ d'éléments de contact possédant la *semi-continuité supérieure d'inclusion*. On a $\text{ptgl}^{m+1}(A) \supset \text{ptgl}^m(A)$, en chaque point $A \in F$.

En identifiant à chaque vecteur lié de support A une dérivation définie sur l'algèbre $\mathcal{D}^m(K)$, on peut aussi définir le $\text{ptgl}^m(A)$ comme l'ensemble des distributions d'ordre 1, de support A, et orthogonales dans $(\mathcal{D}^m(K))'$ à l'ensemble des fonctions $\in \mathcal{D}^m(K)$ qui sont constantes sur F.

2. ÉTUDE DU PTGL^1. — Le ptgl^1 peut se construire directement à partir du paratingent (ptg) de G. Bouligand ([2]).

PROPOSITION II. — *Le* ptgl^1 *est identique au plus petit champ d'éléments de contact possédant la semi-continuité supérieure d'inclusion, et contenant en chaque point* $A \in F$ le ptgl de F.

Étant donné un champ de gerbes de droites défini sur F (c'est-à-dire une application de F dans l'ensemble des parties fermées de l'espace des droites homogènes de l'espace R^n), on peut lui appliquer les deux opérations suivantes :

a. L'opération L qui substitue en chaque point A, à la gerbe G(A), le sous-espace vectoriel LG(A) de R^n, engendré par G(A) (linéarisation).

b. L'opération lim sup (régularisation semi-continue supérieure par inclusion), qui substitue à un champ de gerbes de droites le plus petit champ de gerbes de droites, possédant la semi-continuité supérieure d'inclusion, qui le contienne.

THÉORÈME I. — *Partant du champ de gerbes de droites constitué par le* ptg *de* F *on obtient le* ptgl^1, *en itérant* $2n$ *fois au plus l'opération* lim sup L.

Remarque. — On peut construire dans R^3 un ensemble parfait F totalement discontinu admettant en chaque point un paratingent constitué par une ou deux droites. Mais le champ L(ptg) varie sur F de telle sorte que ptgl^1 est partout à trois dimensions.

La démonstration du théorème I s'appuie sur la proposition suivante :

PROPOSITION III. — *La fonction numérique* $M \to \dim L(\text{ptg}(M))$ *définie sur* F, *et égale en chaque point de* F *à la dimension de* L(ptg) *est* semi-continue inférieurement *en tous les points d'un ensemble* résiduel *de* F.

3. Application a l'étude des algèbres de Whitney [*cf.* ([1])]. — Théorème II. — *La condition nécessaire et suffisante pour qu'une algèbre de Whitney* $W^m(F)$ *soit semi-simple est qu'en chaque point* $A \in F$ *la dimension du* ptgl[1] *soit égale à n.*

On notera que c'est le ptgl[1] (et non le ptgl^m) qui intervient dans ce théorème.

Par contre, lorsqu'on passe au cas indéfiniment dérivable [avec une définition évidente pour $W^\infty(F)$ et ptgl^∞], on a la

Proposition IV. — *La condition nécessaire et suffisante pour que l'algèbre* $W^\infty(F)$ *soit semi-simple est que le* ptgl^∞ *soit partout de dimension n.*

Il résulte immédiatement de la démonstration du théorème du prolongement de Whitney, que dans $\mathcal{D}^m(K)$, tout idéal $J^m(F)$ (idéal des fonctions qui s'annulent ainsi que toutes leurs dérivées partielles d'ordre total $\leq m$) possède un *supplémentaire topologique*. Par contre

Proposition V. — *Si* $F \neq K$, *l'idéal* $J^m(F)$ *ne possède pas de supplémentaire topologique qui soit une sous-algèbre de* $\mathcal{D}^m(K)$.

Théorème III. — *La condition nécessaire et suffisante pour que* $W^m(F)$ *soit somme directe topologique de son radical et d'une sous-algèbre est qu'en chaque point* A *de* F *le* ptgl^m *et le* ptgl[1] *coïncident, et que la fonction numérique* $M \to \dim \text{ptgl}^1(M)$ *soit continue sur* F.

(*) Séance du 17 juillet 1957.

(1) G. Glaeser, *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 617.

(2) *Introduction à la Géométrie infinitésimale*, Vuibert, 1932.

RADIOASTRONOMIE. — *Étude de la scintillation du Soleil observée avec plusieurs antennes sur la longueur d'onde de* 3,2 cm. Note (*) de MM. **Ilya Kazès** et **Jean-Louis Steinberg**, présentée par M. André Danjon.

Des mesures de scintillation faites avec trois récepteurs placés à des distances variables ont permis de préciser la dimension moyenne (170 m) des ombres portées sur le sol et de comparer leur vitesse à celle du vent à l'altitude de la tropopause.

1. *Comparaison des enregistrements simultanés.* — En comparant des enregistrements du rayonnement solaire ([1]) recueillis simultanément avec deux et parfois trois radiomètres disposés sur le terrain de la Station de Nançay à des distances variables les uns des autres, nous avons constaté que deux enregistrements, obtenus avec deux antennes situées à une distance inférieure à une centaine de mètres, présentaient des fluctuations d'intensité pratiquement superposables; au contraire, d'une façon assez générale, la ressemblance entre les fluctuations cesse d'exister au-delà d'une distance de 200 m environ entre antennes : cette distance D étant mesurée sur une direction perpendiculaire à la direction commune de visée.

Ces observations montrent de façon certaine que les scintillations observées

ne sont pas d'origine solaire et que les mêmes variations d'amplitude ne sont observables au sol qu'en des « zones d'ombre » dont les dimensions moyennes n'excèdent pas quelques centaines de mètres, du moins dans la direction perpendiculaire à la ligne de visée.

Pour comparer de façon quantitative deux enregistrements et préciser les dimensions des ombres portées, il faudrait déterminer les fonctions de cross-corrélation entre les deux enregistrements. Malheureusement, le calcul du coefficient de corrélation se heurte à de graves difficultés qui tiennent essentiellement au fait que les enregistrements ne sont pas stationnaires : nous avons vu, en effet ([1]), que l'amplitude moyenne et la pseudo-période des scintillations variaient en fonction de la distance zénithale.

Toutefois, on peut généralement trouver sur tout enregistrement des régions qui correspondent à des distances zénithales qui sont à la fois assez grandes ($z > 80°$) pour que les scintillations soient nettement visibles et assez faibles ($z < 85°$) pour que l'enregistrement puisse être considéré comme stationnaire. Ces portions d'enregistrement durent une demi-heure environ et permettent un calcul du coefficient de corrélation significatif pour des fluctuations dont la pseudo-période est de l'ordre d'une fraction de minute.

On a indiqué (*fig.* 1) les valeurs du coefficient de cross-corrélation $\rho(D)$ correspondant à deux enregistrements simultanés en fonction de la distance D définie plus haut entre antennes réceptrices. Les valeurs calculées satisfont sensiblement à la formule $\rho = e^{-(D/170)^2}$ qui indique une dimension moyenne des ombres de l'ordre de 170 m.

2. *Déplacement des ombres portées.* — Il arrive souvent que les deux enregistrements obtenus simultanément avec deux antennes peu éloignées présentent des fluctuations semblables mais décalées systématiquement d'une fraction de minute l'une par rapport à l'autre. Le cross-corrélogramme obtenu dans ce cas présente l'aspect indiqué (*fig.* 2) où l'on a porté en ordonnées les valeurs des coefficients de corrélation calculés à partir de deux enregistrements décalés l'un par rapport à l'autre de l'intervalle de temps τ indiqué en abscisses.

De tels décalages montrent l'existence de déplacements des ombres portées au sol ; ils permettent d'estimer l'ordre de grandeur des vitesses des mouvements projetées sur la direction perpendiculaire à la ligne de visée. Il faut noter cependant que la méthode d'enregistrement utilisée dans nos expériences ne nous permet pas d'apprécier des décalages inférieurs à 3 s (1 mm sur l'enregistrement), ce qui limite la vitesse maxima mesurable à (D/3) m/s.

Il arrive que des enregistrements obtenus avec deux antennes peu éloignées ne se prêtent pas à des mesures de décalage en raison de l'amplitude insuffisante des scintillations ou de leur allure dissemblable. Sur 45 enregistrements susceptibles de se prêter à des mesures de vitesses, 21 indiquent des vitesses inférieures à 25 m/s et 9 des vitesses non mesurables, 15 présentent des décalages qui changent de sens au cours de l'observation.

3. *Origine des scintillations.* — L'ensemble des observations que nous avons décrites dans cette Note et dans une Note précédente (1) s'apparente beaucoup aux observations similaires de la scintillation de la lumière des étoiles. Comme celles-ci, elles n'apportent cependant que des informations indirectes sur l'altitude des irrégularités elles-mêmes (2).

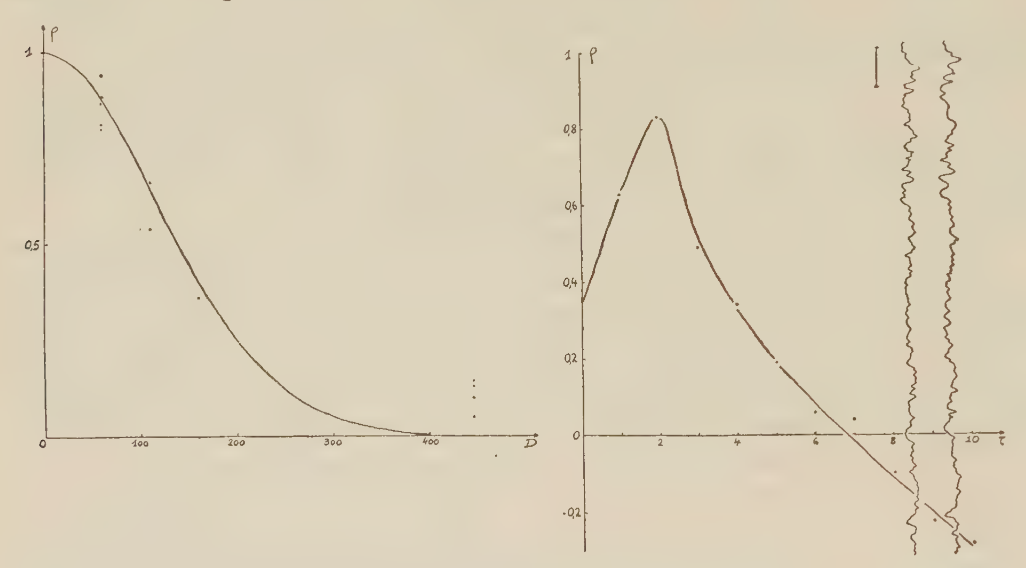


Fig. 1. — Ordonnées : coefficient de cross-corrélation.
Abscisses : Distance D mesurée sur la perpendiculaire à la ligne de visée, en mètres.
En trait plein, la courbe $\rho = e^{-(D/170)^2}$.
Fig. 2. — Cross-corrélogramme pour le 21 septembre 1956. Distance 60 m. Direction Nord-Sud.
Site environ 20°. Segment vertical : 1 mn τ = 1 = 6 s.

On peut espérer connaître l'altitude des inhomogénéités de l'atmosphère en comparant les vents déduits des mouvements au sol aux mesures directes du vent en altitude. A cet effet, nous avons utilisé les sondages météorologiques

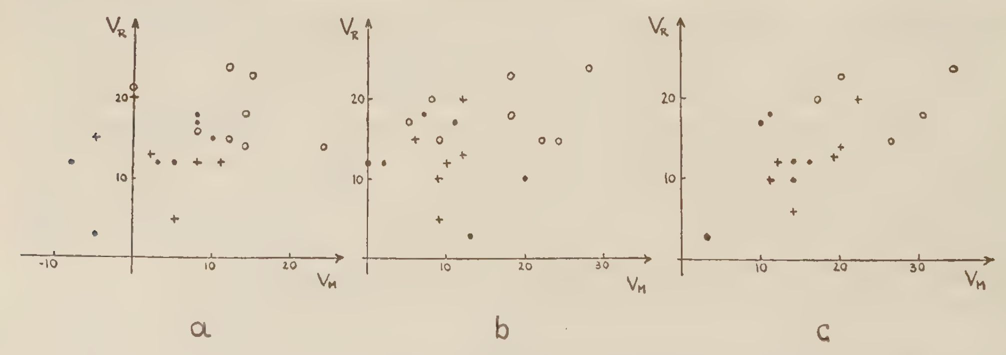


Fig. 3. — V_R, vitesse mesurée (en m/s). V_M, vitesse des vents donnée par les sondages météorologiques (en m/s).
a. Altitude de 500 à 1500 m; *b*. Altitude de 5 000 à 6 000 m; *c*. Altitude de la tropopause.
○ : vents mesurés sur la direction N-O-S-E.
● : vents mesurés sur la direction N-S.
+ : vents mesurés sur la direction S-N.

de la Station de Trappes située à 200 km de la Station de Nançay. La meilleure relation indiquée sur la figure 3 a été trouvée en comparant la *composante du vent mesurée à Nançay* avec la composante correspondante du sondage météorologique à l'altitude de la tropopause. Nous n'avons pas tenu compte, dans cette comparaison, du mouvement diurne qui introduit, aux altitudes considérées, une composante de vitesse comparable aux incertitudes des données.

Il est assez remarquable que malgré l'éloignement des stations et les écarts de plusieurs heures qui existent entre les observations météorologiques et radioélectriques, *on observe toujours des vents de même sens*. Ce résultat nous paraît significatif; il s'accorde avec les résultats obtenus lors des observations effectuées sur deux longueurs d'onde ([1]) pour indiquer que les scintillations sont très vraisemblablement produites dans la basse atmosphère à une altitude voisine des irrégularités responsables des scintillations optiques ([2]).

(*) Séance du 5 août 1957.

([1]) I. Kazès, *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 636.

([2]) P. Barnhart, in *Investigations of stellar scintillation and the behavior of telescopic images*, Ohio State University, Research Fondation R. F. Project, 635; final report, déc. 1956, p. 84, chap. 7.

(*Observatoire de Paris.*)

PHYSIQUE DES COMÈTES. — *Magnitudes et variations spectrales de la comète Arend-Roland* 1956 *h*. Note (*) de MM. **Henri Grenat, Jean Fraleux** et Mme **Renée Herman**, transmise par M. André Danjon.

Les magnitudes de la comète 1956 *h* sont estimées sur des photographies prises, du 21 avril au 9 juin, sur film à grain fin, à l'aide d'un prisme-objectif (30°, F = 7 cm, F/D = 0,7). On donne également quelques indications sur les variations d'intensité des bandes de C_2. On signale également la forte intensité de la queue en lumière rouge et jaune.

La comète 1956 *h* a été photographiée à l'Observatoire de Meudon, du 21 avril au 9 juin 1957, à l'aide d'un prisme-objectif de distance focale F = 7 cm et d'ouverture relative F/D = 0,7 (prisme en crown de 30°). Ce dispositif permet d'obtenir des photographies de spectres en un temps très court.

On a utilisé du « Microfilm » Lumière jusqu'au 30 mai et du « Microfile » Kodak jusqu'au 9 juin.

Les photographies ont été prises sans filtre jusqu'au 3 mai, avec un filtre ultraviolet jusqu'au 23 mai, ensuite, avec un filtre jaune, afin de diminuer l'effet de la diffusion par la basse atmosphère, importante dans la direction de la comète.

L'observation a été faite de façon continue. Les durées d'exposition ont été de 4 à 64 s du 21 au 27 avril; de 16 à 128 s du 28 avril au 23 mai; de 1 à 10 mn du 24 au 30 mai et de 2 à 5 mn jusqu'au 9 juin.

Les clichés ainsi obtenus sont nombreux et leur examen détaillé assez long. Nous nous proposons de donner ici simplement les premiers résultats relatifs aux magnitudes. La tête de la comète se présente comme un petit spectre, de longueur totale 0,5 mm (ne différant pas sensiblement de celui donné par une étoile), surmonté de la queue, généralement de grande étendue.

La magnitude *m*, estimée par comparaison avec les étoiles du champ qui est de 7° environ (∼ 3° de netteté), concerne, en réalité, la partie rouge-vert (6 300-5 000 Å) du spectre de la tête. On a cherché, dans le champ, des étoiles assez rapprochées de la comète, ayant un type spectral voisin de celui du Soleil. Cela s'est avéré difficile sur les premiers clichés, ce qui rend douteuses les déterminations correspondantes. Le résultat de cet examen figure dans le tableau suivant :

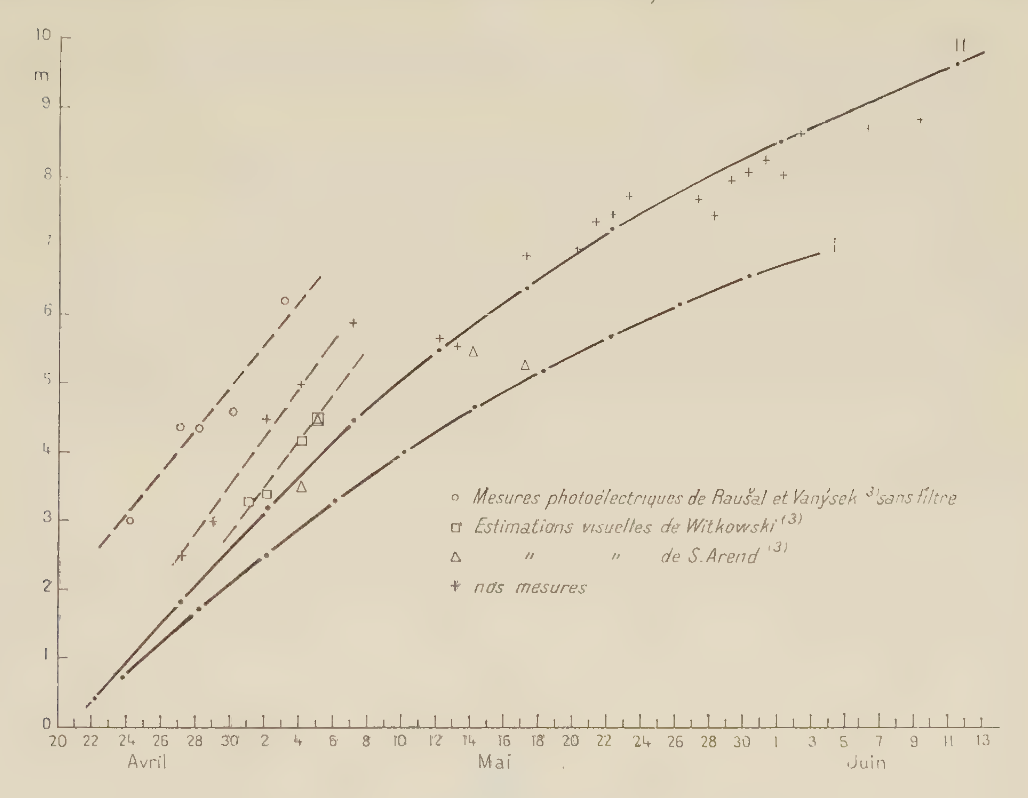
Date.	*m*.	Remarques.	Date.	*m*.	Remarques.
27 avril.....	(2,5)	Médiocre	22 mai......	7,5	–
29 »	(3,0)	»	23 »	7,8	Écran jaune
1 mai......	(–)	–	27 »	7,7	–
2 »	(4,5)	–	28 »	(7,5)	–
4 »	(5,0)	–	29 »	8,0	–
7 »	(5,9)	Écran ultraviolet	30 »	8,1	–
12 »	(5,7)	–	31 »	8,3	–
13 »	(5,6)	–	1 juin......	8,1	–
17 »	6,9	–	2 »	8,7	–
20 »	7,0	–	6 »	(8,8)	
21 »	7,4	–	9 »	8,9	–

En général, les dates sont très proches de 0 h du jour indiqué. Le 1er mai, il n'y avait pas d'étoiles de comparaison dans le champ. Le 12 mai et le 6 juin, l'évaluation est rendue difficile par la présence d'une étoile voisine.

Sur le graphique ci-contre, nous avons porté, en même temps que nos évaluations (+), les magnitudes calculées par P. Candy [1] (courbe I) et par R. Bouigue, P. Broglia, A. et D. Delsemme et F. Lenouvel [2] (courbe II) ainsi que les estimations ou mesures déjà publiées.

Comme on le voit, les points sont assez dispersés. Néanmoins, les résultats de Raušal et V. Vanýsek, de J. Witkowski et les nôtres suivent, entre le 24 avril et le 2 mai, des courbes sensiblement parallèles, indiquant une chute rapide d'éclat. Celle-ci paraît avoir lieu en même temps qu'une intensification de l'émission des bandes moléculaires, en particulier de C_2. En effet, nos clichés montrent avec netteté la variation de ces bandes qui constituent la partie la plus importante du spectre moléculaire visible :

le 26 avril, les bandes de Swan sont faibles dans le spectre de la tête (le rouge est beaucoup plus intense que le vert), elles ont un peu augmenté le 28 avril (égalité entre le rouge et le vert) mais, le 30 avril et surtout le 1er mai, elles ont pris une très grande importance (le rouge est nettement plus faible que le vert). Après le 7 mai, leur intensité relative diminue graduellement, ce qui est confirmé par des spectres à plus grande dispersion, pris à l'Observatoire de Haute-Provence, dont l'étude est en cours.



En réalité, il semble qu'il y ait un déplacement de l'intensité des bandes de Swan dans la comète : plus faibles dans la tête au mois d'avril, elles s'étendent loin dans la queue. Cette extension dans la queue diminue en même temps que l'émission dans la tête augmente. La variation d'intensité relative des bandes de Swan dans la tête de la comète est confirmée par les mesures photoélectriques de Raušal et Vanýsek; en effet, le 28 avril, l'éclat est le même sans filtre (λ_{eff} 487 mμ) et avec filtre (λ_{eff} 551 mμ), alors que, le 3 mai, la comète est plus brillante sans filtre qu'avec filtre. En ce qui concerne la queue, la comparaison n'est plus possible, leurs mesures concernant une région plus éloignée de la tête que celle que nous considérons.

Nous signalerons seulement, à titre d'indication, que la queue présente une grande intensité dans la région rouge du spectre (6 500-6 000 Å).

Toutefois, dès les premiers jours de mai, l'intensité relative de la partie bleue-violette du spectre de la queue augmente notablement. Le 29 avril, on observe des filaments dans le violet qui semblent correspondre aux bandes les plus intenses de CO^+. Quant au jet secondaire, il a, sur certains clichés, une plus faible proportion de rouge que la queue principale. L'examen complet de ces photographies, en ce qui concerne la queue de la comète, sera fait ultérieurement.

(*) Séance du 5 août 1957.

(1) Circulaire n° 1585 du 20 février 1957 du Bureau Central des Télégrammes Astronomiques de l'U. A. I., Copenhague.

(2) Circulaire n° 1588 du 6 mars 1957 du Bureau Central des Télégrammes Astronomiques de l'U. A. I., Copenhague.

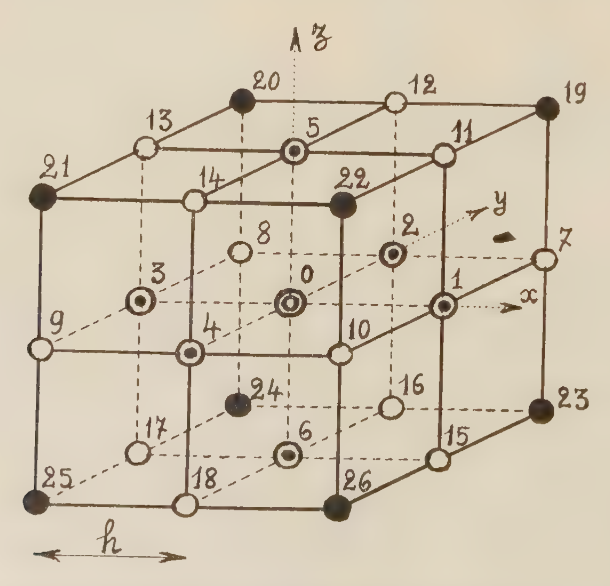
(3) Circulaires n°s 1599 et 1600 du 24 mai 1957 du Bureau Central des Télégrammes Astronomiques de l'U. A. I., Copenhague.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *L'approximation du sixième ordre dans le calcul numérique des solutions de l'équation de Poisson à trois variables.* Note (*) de M. **Émile Durand**, présentée par M. Louis de Broglie.

Il s'agit de l'équation aux dérivées partielles

$$(1)\qquad [\partial_x^2+\partial_y^2+\partial_z^2]\psi=f(x,y,z)\qquad \text{ou}\qquad \psi_{x^2}^{(2)}+\psi_{y^2}^{(2)}+\psi_{z^2}^{(2)}=f.$$

Quand on cherche la solution numérique d'un problème de conditions aux limites pour cette équation, on est conduit à considérer un réseau de



points à mailles cubiques du type de celles que l'on trouve dans la figure 1. Le nombre des points du domaine étudié est rapidement croissant quand les

dimensions de la maille diminuent et la convergence du processus itératif devient insuffisante, même quand on emploie des machines à calculer électroniques opérant sur un programme déterminé. Pour ces problèmes spatiaux plus encore que pour les problèmes à deux variables, il est nécessaire d'utiliser une formule aux différences finies très précise représentant l'équation (1). Nous allons montrer qu'à l'approximation du sixième ordre, on peut obtenir une formule faisant intervenir les 26 points voisins du point zéro.

Pour cela partons du développement en série de Taylor de la fonction $\psi(x, y, z)$ en un point P voisin du point zéro, soit

$$\psi(\mathrm{P}) = \psi(0) + \sum_{n=1}^{6} \frac{1}{n!} [(x - x_0)\,\partial_x + (y - y_0)\,\partial_y + (z - z_0)\,\partial_z]^n \psi. \tag{2}$$

Les dérivées de ψ sont toutes prises au point zéro. On écrit cette équation (2) pour les 26 points de la figure 1 qui se divisent en trois groupes : Les six points qui sont à une distance h du point zéro ; les 12 points qui sont à une distance $h\sqrt{2}$; les huit points qui sont à une distance $h\sqrt{3}$. Les valeurs de $x - x_0$, $y - y_0$, $z - z_0$ correspondant à ces points sont indiquées sur le tableau ci-après :

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
$x - x_0$	h	0	$-h$	0	0	0
$y - y_0$	0	h	0	$-h$	0	0
$z - z_0$	0	0	0	0	h	$-h$

	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.
$x - x_0$	h	$-h$	$-h$	h	h	0	$-h$	0	h	0	$-h$	0
$y - y_0$	h	h	h	h	0	h	0	h	0	h	0	$-h$
$z - z_0$	0	0	0	0	h	h	h	h	$-h$	$-h$	$-h$	$-h$

	19.	20.	21.	22.	23.	24.	25.	26.
$x - x_0$	h	$-h$	$-h$	h	h	$-h$	$-h$	h
$y - y_0$	h	h	$-h$	$-h$	h	h	$-h$	$-h$
$z - z_0$	h	h	h	h	$-h$	$-h$	$-h$	$-h$

En additionnant les valeurs de ψ_i correspondant à ces trois groupes de points on élimine la plupart des dérivées et pour écrire plus simplement les résultats, nous poserons

$$\begin{cases} \psi^{(4)}_{x^4} + \psi^{(4)}_{y^4} + \psi^{(4)}_{z^4} = \mathrm{A}_4, \\ \psi^{(4)}_{x^2y^2} + \psi^{(4)}_{x^2z^2} + \psi^{(4)}_{z^2y^2} = \mathrm{B}_4; \end{cases} \tag{3}$$

$$\begin{cases} \psi^{(6)}_{x^6} + \psi^{(6)}_{y^6} + \psi^{(6)}_{z^6} = \mathrm{A}_6, \\ \psi^{(6)}_{x^2y^4} + \psi^{(6)}_{x^4y^2} + \psi^{(6)}_{x^2z^4} + \psi^{(6)}_{x^4z^2} + \psi^{(6)}_{y^2z^4} + \psi^{(6)}_{y^4z^2} = \mathrm{B}_6, \\ \psi^{(6)}_{x^2y^2z^2} = \mathrm{C}_6. \end{cases} \tag{4}$$

On obtient alors les trois expressions

$$(5)\quad \psi_1 + \psi_2 + \ldots + \psi_6 = 6\psi_0 + h^2 f + \frac{h^4}{12} A_4 + \frac{h^6}{360} A_6,$$

$$(6)\quad \psi_7 + \psi_8 + \ldots + \psi_{18} = 12\psi_0 + 4h^2 f + \frac{h^4}{3}(A_4 + 3B_4) + \frac{h^6}{90}\left(A_6 + \frac{15}{2} B_6\right),$$

$$(7)\quad \psi_{19} + \psi_{20} + \ldots + \psi_{26} = 8\psi_0 + 4h^2 f + \frac{h^4}{3}(A_4 + 6B_4) + \frac{h^6}{90}(A_6 + 15B_6 + 90C_6).$$

Les coefficients A_4, B_4, A_6, B_6, C_6 ne sont pas indépendants. En prenant en effet les dérivées secondes de (1) respectivement par rapport à x^2, y^2, z^2 et en les additionnant, on obtient la relation

$$A_4 + 2B_4 = \Delta f \qquad (\Delta \text{ est le laplacien}).$$

De même, en prenant les dérivées quatrièmes de (1) respectivement par rapport à x^4, y^4, z^4, x^2y^2, x^2z^2, y^2z^2 et en les combinant linéairement de manière convenable, on obtient les expressions

$$(9)\qquad A_6 + B_6 = f^{(4)}_{x^4} + f^{(4)}_{y^4} + f^{(4)}_{z^4} = a_4,$$

$$(10)\qquad 3C_6 + B_6 = f^{(4)}_{x^2y^2} + f^{(4)}_{x^2z^2} + f^{(4)}_{y^2z^2} = b_4.$$

Nous introduisons ainsi les deux coefficients a_4 et b_4 qui font intervenir les dérivées quatrièmes de la fonction donnée $f(x, y, z)$.

En éliminant les cinq coefficients $A_4 B_4 A_6 B_6 C_6$ entre les six équations (5), (6), (7), (8), (9), (10), on obtient l'équation cherchée

$$(11)\qquad 128\psi_0 = 14\sum_{i=1}^{6}\psi_i + 3\sum_{i=7}^{18}\psi_i + \sum_{i=19}^{26}\psi_i - 30h^2 f - \frac{15}{6}h^4\Delta f - \frac{h^6}{12}(a_4 + 4b_4).$$

Si l'on égale les valeurs de ψ aux trois points qui sont sur une même droite parallèle à l'axe des z et après division par le coefficient 5 des deux membres, la formule (11) redonne la formule des systèmes plans [1].

A l'approximation du second ordre les formules (5), (6), (7) donnent trois expressions distinctes pour l'équation de Poisson en termes finis, soit

$$(12)\qquad 6\psi_0 = [\psi_1 + \psi_2 + \ldots + \psi_6] - h^2 f,$$

$$(13)\qquad 12\psi_0 = [\psi_7 + \psi_8 + \ldots + \psi_{18}] - 4h^2 f,$$

$$(14)\qquad 8\psi_0 = [\psi_{19} + \psi_{20} + \ldots + \psi_{26}] - 4h^2 f.$$

De ces trois formules c'est la première qui est de beaucoup la meilleure à cause de la proximité, des points considérés, du point zéro. Il suffit d'ailleurs de voir les poids avec lesquels interviennent ces trois types de sommes dans la formule (11).

Si l'on se limite à l'approximation du quatrième ordre dans les formules (5), (6), (7), on peut éliminer A_4 et B_4 entre deux de ces trois équations et la rela-

tion (8), ce qui donne encore trois types de formules pour l'expression de l'équation de Poisson, soit

$$24\psi_0 = 2\sum_{i=1}^{6}\psi_i + \sum_{i=7}^{18}\psi_i - 6h^2 f - \frac{h^4}{2}\Delta f, \tag{15}$$

$$56\psi_0 = 8\sum_{i=1}^{6}\psi_i + \sum_{i=19}^{26}\psi_i - 12h^2 f - h^4\Delta f, \tag{16}$$

$$40\psi_0 = 4\sum_{i=7}^{18}\psi^i - \sum_{i=19}^{26}\psi_i - 12h^2 f - h^4\Delta f. \tag{17}$$

(*) Séance du 5 août 1957.

(1) *Voir* É. Durand, *Électrostatique et Magnétostatique*, Masson et Cie, Paris, 1953, p. 437.

ACOUSTIQUE. — *Sur la caisse sonore, l'âme et le chevalet du violoncelle.* Note (*) de M. **Benjamin Bladier**, transmise par M. Jean Cabannes.

On a étudié dans une chambre sourde les caisses de quatre violoncelles au moyen d'un excitateur électrodynamique disposé sur la table d'harmonie puis sur le chevalet. Un générateur à fréquence variable (0 à 20 000 Hz) fournit à l'excitateur un courant sinusoïdal dont l'intensité est maintenue constante en fonction de la fréquence. Du fait de la résonance de l'excitateur, les mesures sont faussées de 5 à 15 dB entre 7 000 et 9 500 Hz, mais cette perturbation n'interviendra pas pour les résultats qui suivent. La force exercée par l'excitateur est d'environ 70 g. L'exploration continue de la plage de fréquence 0 à 10 000 Hz est lente (4 mn). La réponse sonore de la caisse à l'excitation est recueillie par un microphone à capacité suivi d'un amplificateur et d'un enregistreur logarithmique du niveau de pression sonore.

Des différentes vérifications effectuées nous retiendrons :

a. que la reproductibilité des phénomènes est satisfaisante si l'on prend quelques précautions dans la mise en place de l'excitateur;

b. que si l'on réduit de moitié l'intensité fournie à l'excitateur, on obtient bien un niveau sonore réduit d'environ 6 dB, sans que la forme des phénomènes soit sensiblement altérée;

c. que la réponse de la caisse à une excitation sinusoïdale ne l'est pas toujours : les résonances sont donc parfois accompagnées de distorsions qui semblent d'autant plus importantes que la force exercée est plus grande.

Les enregistrements des réponses sont effectuées lorsque :

1° l'instrument est muni de ses quatre cordes accordées, puis

2° sans corde et, enfin,

3° sans âme.

Dans chacun de ces cas on dispose successivement l'excitateur à 3 cm en arrière du pied droit du chevalet (côté âme), puis à 3 cm en arrière du pied gauche du chevalet (côté barre). Enfin l'excitateur sur le haut du chevalet est disposé perpendiculairement au plan de vibration des cordes, puis transversalement dans ce plan.

A. *Résultats obtenus sur toute l'étendue du registre des résonances* (o *à* 10 000 Hz). — 1. Les réponses des quatre instruments sont constituées de résonances successives comprises entre 70 et 10 000 Hz, mais ces résonances diffèrent d'un instrument à l'autre. Les écarts des niveaux sonores peuvent atteindre jusqu'à 28 dB; des écarts de 15 dB sont nombreux. Les minima se présentent le plus souvent sous la forme de crevasses de faible largeur en fréquence, alors que les maxima correspondent en général à des plages de fréquences nettement plus importantes. L'instrument jugé le moins bon est celui qui présente, dès le début des résonances, les crevasses les plus larges.

2. Aucun des instruments n'amplifie uniformément les fréquences que doivent exciter les quatre cordes par leurs fondamentaux et leurs harmoniques.

3. Aucun ne présente de résonance notable sur la fréquence 66 Hz qui correspond à l'accord de la quatrième corde ut_1.

4. Certains auteurs ont dit qu'une caisse aurait un timbre d'autant plus agréable que les harmoniques 7, 11, 13, 14, 17, ..., seraient moins amplifiés. Aucun des instruments étudiés ne présentait systématiquement ce caractère.

B. *Résultats de l'étude du registre grave*, o à 300 Hz, qui englobe les fréquences des quatre cordes accordées : $ut_1 = 66$ Hz; $sol_1 = 99$ Hz; $ré_2 = 148,5$ Hz; $la_2 = 220$ Hz. — 1. On note du côté âme, par rapport au côté barre, une altération des fréquences de résonances graves dont le niveau suivant l'instrument fluctue et varie de 5 à 20 dB, pour des registres voisins compris entre 80 à 150 Hz et 80 à 250 Hz.

2. La résonance des cordes accordées se traduit surtout par une fluctuation du niveau sonore d'environ 5 dB, plus particulièrement nette sur les fréquences 99 Hz = sol_1; 132 Hz = ut_2; 148,5 Hz = $ré_2$; 198 Hz = sol_2.

3. Le chevalet qui supporte les cordes exerce sur la table d'harmonie une contrainte, celle-ci atténue faiblement (1 à 2 dB) les résonances de la caisse jusqu'à 150 Hz.

4. L'effet de l'âme est complexe. La dissymétrie sonore qui existe entre le côté barre et le côté âme disparaît si l'on supprime l'âme. De plus, l'âme déplace la naissance des résonances graves de la caisse vers le registre aigu. Sans âme, les instruments présentent une résonance plus grave que celles obtenues avec âme sans corde et avec cordes accordées. Ce décalage est de 65 Hz environ pour les quatre instruments. L'absence de l'âme se

manifeste aussi par une perte du niveau sonore de la résonance (de 4 à 6 dB) entre environ 190 et 270 Hz, sur tous les instruments.

C. *Résultats obtenus dans le registre grave*, en excitant perpendiculairement puis transversalement le haut du chevalet. — Lorsque l'excitateur est placé perpendiculairement sur le haut du chevalet près du ut_1 (côté barre) on recueille jusqu'à 150 Hz une réponse plus faible (de 6 dB environ) que lorsqu'il est placé de la même manière près du la_2 (côté âme). C'est l'effet inverse de celui obtenu sur la table d'harmonie, et il persiste même lorsque les cordes sont complètement détendues. On serait tenté d'en conclure qu'il faudrait pour profiter au maximum des résonances de la caisse, barrer l'instrument à droite et placer l'âme à gauche; mais il n'en est rien, car si l'attaque du haut du chevalet s'effectue transversalement, côté barre puis côté âme, dans le même plan de vibration que la corde ut_1, puis que la corde la_2, on obtient deux tracés sensiblement superposables, et sur l'un desquels la perte du niveau sonore due à l'âme a disparu. Par son fonctionnement, le chevalet compense la dissymétrie sonore notée entre le côté barre et le côté âme de la table d'harmonie.

(*) Séance du 5 août 1957.

(*Centre de Recherches Scientifiques Industrielles et Maritimes, Marseille.*)

RADIOTÉLÉGRAPHIE. — *Interaction entre deux aériens.*

Note (*) de M. **Jean Robieux**, présentée par M. Camille Gutton.

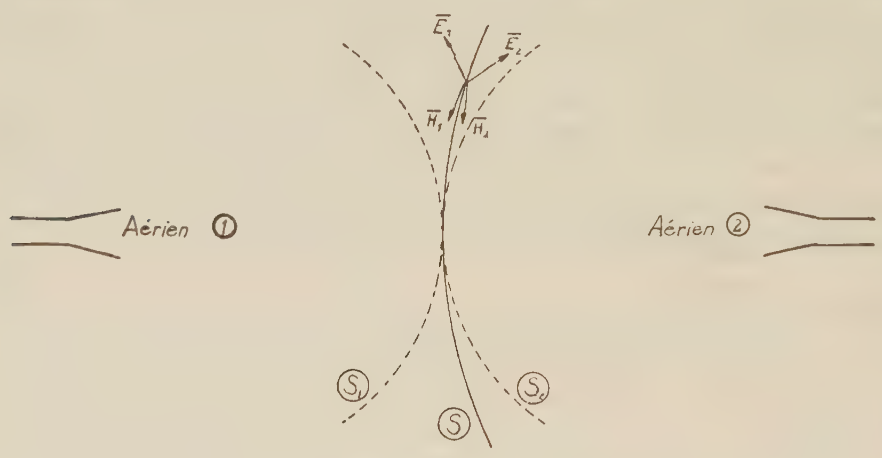
Un des problèmes fondamentaux de l'électromagnétisme est la transmission d'énergie entre deux aériens (1) et (2). Lorsque l'unité de puissance est rayonnée par (1), une puissance T^2 est reçue par (2). On sait que, dans le cas où le milieu qui sépare deux aériens est isotrope, lorsque l'unité de puissance est émise par (2), une puissance T^2 est reçue par (1). Cette loi connue sous le nom de théorème de réciprocité est une loi fondamentale déjà connue de la transmission entre deux antennes. Le but de ce compte rendu est d'établir une expression très générale du coefficient de transmission T, dont nous préciserons au préalable la définition. Cette expression sera acquise au prix de conditions peu restrictives, toujours rencontrées lorsqu'on désire transmettre d'une manière efficace de l'énergie d'un aérien dans un autre.

Lorsqu'on désire transmettre de l'énergie d'un aérien (1) à un aérien (2) les conditions suivantes sont pratiquement toujours remplies :

1° (1) et (2) ont une directivité. On peut admettre qu'ils rayonnent dans un demi-espace, c'est-à-dire dans un angle solide 2π, la quantité d'énergie rayonnée dans l'autre angle solide est pratiquement négligeable, ce que nous supposerons.

2° La distance entre (1) et (2) est suffisamment grande pour que la présence de (2) ne perturbe pas d'une manière appréciable le rayonnement des sources établies sur (1).

La figure 1 représente le schéma d'une transmission. L'énergie rayonnée par l'émetteur (1) est tout entière contenue dans le demi-espace (1). Le récepteur (2) a un diagramme de rayonnement qui ne comporte d'énergie que dans le demi-espace (2). Les deux demi-espaces sont complémentaires puisque si l'on veut transmettre d'une manière efficace de l'énergie de (1) en (2) on doit diriger l'un vers l'autre les pinceaux du diagramme de rayonnement des deux antennes.



Si l'on se trouve dans une telle situation il est possible de trouver une surface (S) traversée par toute l'énergie rayonnée par (1) et (2). Lorsque l'unité de puissance est rayonnée par (1), il existe le long de la surface (S) une topographie de champs électriques et magnétiques $\overline{E}_1$ et $\overline{H}_1$. Les champs instantanés seront désignés par $\overline{E}_{1t}$, $\overline{H}_{1t}$.

Avec la représentation vectorielle usuelle, on peut écrire

$$\overline{E}_{1t} = \mathrm{Re}\left[\overline{E}_1\, e^{j\omega t}\right], \qquad \text{avec} \quad \overline{E}_1 = \overline{E}_{01}\, e^{j\varphi_1},$$

donc

$$\overline{E}_1 = \mathrm{Re}\left[\overline{E}_{01}\, e^{j(\omega t + \varphi_1)}\right] = \overline{E}_{01} \cos(\omega t + \varphi_1).$$

Si l'on prend une surface (S) suffisamment éloignée de (1) pour que tous ses points soient en dehors de la zone d'ondes évanescentes qui entoure l'antenne, les champs $\overline{E}_1$ et $\overline{H}_1$ varieront en phase, c'est-à-dire que

$$\overline{H}_1 = \overline{H}_{01} \cos(\omega t + \varphi_1).$$

L'angle φ_1 étant le même pour $\overline{E}_1$ et pour $\overline{H}_1$. La zone d'ondes évanescentes ne s'étend qu'à une distance de quelques λ d'une antenne, il est donc facile d'astreindre la surface (S) à cette condition.

Une onde dont la puissance moyenne est égale à l'unité sera appelée une « onde normalisée ».

Les mêmes définitions et notations sont adoptées pour (2), il suffit de changer les indices 1 en 2. Si la topographie à l'émission d'une onde normalisée émise par (2) est $\overline{E}_2 \overline{H}_2$, la topographie $-\overline{E}_2$, $\overline{H}_2$ correspondra à une onde qui se propage vers (2) et pénètre entièrement en (2).

Lorsqu'une onde normalisée est émise par (1), il existe le long de S une topographie $\overline{E}_1 \overline{H}_1$ de l'onde émise. L'énergie transportée par cette onde peut être divisée en deux parties :

1° Une partie entrera dans l'antenne (2). Si la puissance reçue est T^2, on aura le long de S une topographie correspondant à cette partie de l'énergie : $-\overline{T}\,\overline{E}_2$, $\overline{T}\,\overline{H}_2$.

2° L'autre partie n'entrera pas dans l'antenne, on peut l'appeler énergie diffractée. Il lui correspond une topographie $\overline{E}_d$, $\overline{H}_d$.

On peut écrire :

$$E_{1t} = -T\,E_{2t} + E\,dt,$$
$$\overline{H}_{1t} = T\,\overline{H}_{2t} + \overline{H}\,dt.$$

En écrivant que la puissance instantanée incidente est égale à la somme de la puissance instantanée transmise et de la puissance instantanée diffractée on obtient, en prenant pour (S) une surface équiphase pour (2) :

$$\overline{T} = \frac{1}{2} \int_s \left(\overline{E}_1 \times \overline{H}_2 + \overline{H}_1 \times \overline{E}_2 \right) ds.$$

On peut montrer que la divergence du vecteur $\overline{E}_1 \times \overline{H}_2 + \overline{H}_1 \times \overline{E}_2$ est nulle. Le résultat est donc indépendant du choix de la surface S pourvu qu'elle satisfasse aux conditions qui ont été fixées.

L'expression précédente permet donc de calculer le coefficient de transmission de deux antennes lorsqu'on connaît la topographie de l'onde normalisée émise par chaque antenne prise séparément. On en déduit qu'il existe un coefficient de transmission si en une région de l'espace les vecteurs $E_1 H_1$, $E_2 H_2$ ne sont pas nuls. Il est possible d'expliquer ainsi la transmission par propagation troposphérique entre deux antennes qui ne sont pas en visibilité directe. Une analyse basée sur l'expression du coefficient de transmission permet de calculer l'ordre de grandeur de cette transmission ainsi que ses propriétés de fluctuation dans le temps.

Il est aussi possible en partant de l'expression (7) de déterminer les propriétés rayonnantes des antennes diélectriques à rayonnement axial. Une onde de surface est guidée le long du tube ou de la plaque de diélectrique qui constitue l'antenne. Lorsqu'une discontinuité d'épaisseur ou de nature est effectuée sur le diélectrique, une partie de l'énergie de l'onde incidente est

diffractée, tandis que l'autre partie est transmise à l'élément de l'antenne situé en aval de la discontinuité. Ce coefficient de transmission peut être calculé par la méthode qui a été indiquée ainsi que le diagramme de l'énergie diffractée. Une antenne peut être constituée par une succession de discontinuités. Ses propriétés rayonnantes peuvent être déduites de l'analyse de chacune des discontinuités élémentaires qui la constituent.

(*) Séance du 5 août 1957.

PHYSIQUE DES SOLIDES. — *Action, à basse température, de neutrons rapides sur des métaux à structure cubique centrée.* Note (*) de M. **Pierre Lucasson**, présentée par M. Francis Perrin.

Des échantillons de Nb, Ta et W ont été irradiés à basse température à Saclay, dans l'appareil décrit précédemment ([1]). Les variations de résistance électrique de ces échantillons ont été mesurées en fonction du flux intégré. Des « recuits » isochrones ont ensuite été pratiqués et les variations de résistance correspondantes mesurées.

Les défauts de structure formés à basses températures sous l'action de rayonnements ont donné lieu à un nombre considérable de travaux sur les métaux de structure cubique à face centrée, et tout particulièrement sur le cuivre. Par contre, dans ce domaine, il existe peu de données, tant théoriques qu'expérimentales sur les métaux de structure cubique centrée, et il n'est pas encore possible, dans la plupart des cas, de reconnaître le rôle de la structure cristalline dans le comportement des métaux soumis à des rayonnements de grande énergie. Nous avons pensé qu'il n'en serait que plus intéressant d'obtenir quelques données expérimentales nouvelles.

Les irradiations furent réalisées dans une enceinte refroidie par de l'azote liquide, précédemment décrite ([1]), située dans un petit canal horizontal de E. L. 2. Les fils de tantale (99,5 %) et de tungstène (99,9 %) ont été fournis par Johnson Mattheys and Co, le fil de niobium (99,9 %) par la Fansteel Corporation. Les résistances des échantillons préparés sont comprises entre 0,02 et 0,1 Ω. Les variations de ces résistances ont été mesurées à l'aide d'un pont de Kelvin. La résistance électrique des conducteurs introduit sur les valeurs mesurées dans les présentes expériences, un décalage systématique de l'ordre de 0,5 %. Pour effectuer les mesures absolues, il est aisé de corriger les résultats après mesure, sur le même pont, de la résistance parasite. La précision variait de $0,5.10^{-4}$ à 3.10^{-4} selon la valeur de la résistance à mesurer. Les mesures ont été effectuées à température de l'azote liquide, pendant le fonctionnement de la pile. Les irradiations terminées, les réchauffements ont été réalisés pile arrêtée.

Les faibles dimensions de l'enceinte d'irradiation ne permettaient de placer que trois échantillons à la fois dans la région de flux le plus élevé du convertisseur : 2,5 à 5.10^{11} n/cm²/s en neutrons de fission. Trois irradiations furent effectuées :

La première dura deux semaines, pendant lesquelles la température ne s'éleva pas au-dessus de — 150° C, sauf une remontée accidentelle qui se produisit le second jour et dura 20 mn. Le flux intégré fut 0,6 à $1,1.10^{18}$ n/cm². Seuls deux échantillons furent étudiés (tungstène et tantale) par suite du bris d'une soudure sur le troisième échantillon (de niobium). Les variations relatives de résistivité correspondant au flux intégré ci-dessus furent 13,3 % pour le tungstène et 3,3 % seulement pour le tantale (*fig.* 1 *a*). Pendant les revenus isochrones, le contrôle de la

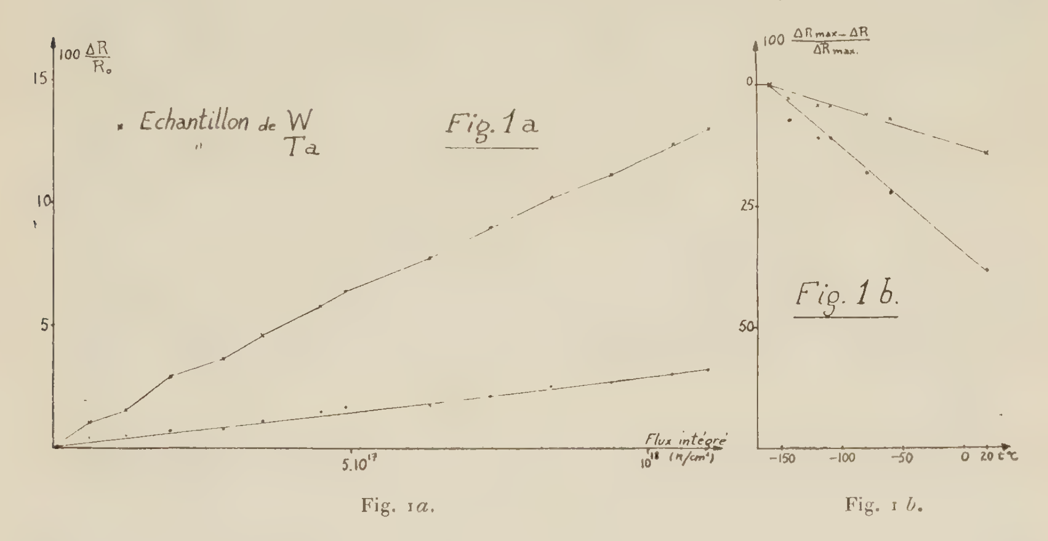


Fig. 1 *a*. Fig. 1 *b*.

température a été effectué par le régulateur, un thermocouple en contact avec les échantillons indiquant leur température. Chaque point de la courbe (*fig.* 1 *b*) correspond à une durée de fonctionnement d'une heure avant la mesure. On voit qu'à 20° C, le tungstène conservait encore 85 % de sa résistivité acquise, tandis que le tantale n'en conservait que 60 %. Compte tenu du réchauffement accidentel, ces nombres deviennent 82 et 53 %.

La deuxième et la troisième irradiations portaient chacune sur un échantillon de tantale et deux échantillons de niobium, et durèrent une semaine. Le flux intégré dans chaque cas était : 2,6 à $5,2.10^{17}$ n/cm².

Pendant la deuxième irradiation, la température ne s'éleva pas au-dessus de — 170° C; mais les échantillons étaient à des températures différentes selon leur localisation. Les variations mesurées de résistivité furent respectivement 2,15 % pour le tantale et 2,12 et 2,22 % pour les échantillons de niobium. Ces échantillons subirent des recuits isothermes qui montrèrent

que pour l'un et l'autre métal, l'épuisement apparent du mécanisme de restauration, déjà signalé pour le tantale par Marx et al. [2] est extrêmement rapide.

Durant la troisième irradiation, l'appareil fut réglé de façon que la température fût constamment, pour les trois échantillons, celle de l'azote liquide, l'enregistreur n'accusant que de faibles variations, probablement pas supérieures à 1° C, pour chaque échantillon. La variation de résistivité mesurée est alors 2,75 % pour l'échantillon de tantale et 2,22 et 2,24 % pour les deux échantillons de niobium respectivement (*fig.* 2 *a*). La restauration de la résistivité acquise a été mesurée de 5° en 5° C. Chaque point correspondait à un fonctionnement d'une heure, l'appareil étant réglé de façon à donner pour température maximum la température indiquée. On s'assurait périodiquement que toute restauration avait cessé en prolongeant la durée du palier de température. On voit que, par rapport à la

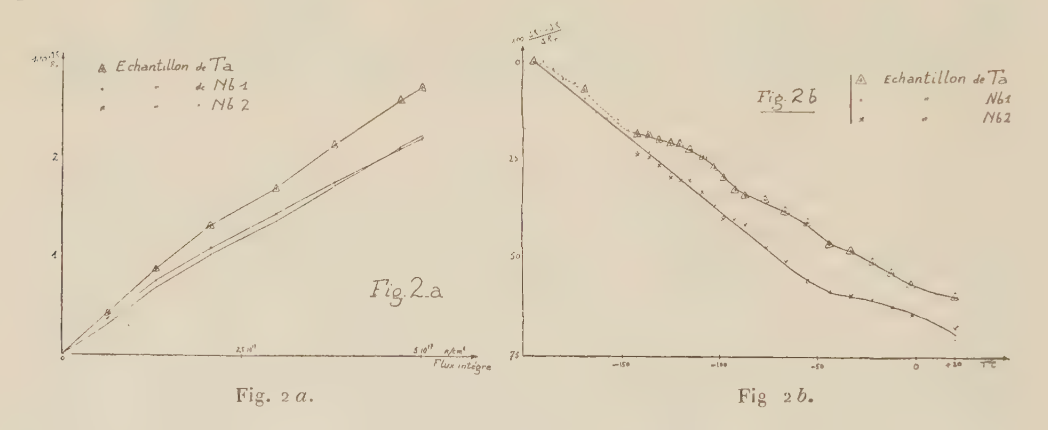


Fig. 2 *a*. Fig 2 *b*.

résistivité acquise à — 195° C, les résistivités acquises résiduelles à 20° C sont respectivement de 33 et de 30 % pour les échantillons de niobium (*fig.* 2 *b*) et de 41 % pour l'échantillon de tantale (*fig.* 2 *b*).

Il est encore impossible de déduire des variations de résistivité une estimation des quantités de défauts produits par un flux donné, ni même, dans le cas des métaux cubiques centrés, de faire une hypothèse sur la nature de ces défauts. Il est cependant intéressant de remarquer d'abord que, dans le cas du niobium et du tantale tout comme dans le cas des métaux nobles [2], [3], les résistivités acquises par irradiation augmentent avec le numéro atomique du métal.

D'autre part, il apparaît nettement que la mobilité des défauts résultant de l'irradiation est liée à l'énergie de cohésion du réseau. On peut sommairement caractériser cette mobilité par le rapport des résistivités acquises à basse température aux résistivités résiduelles à température ordinaire. Le tableau I rapproche des présents résultats les résultats obtenus par D. Wruck et C. Wert [4], lors de la restauration de défauts produits dans

des échantillons de fer et de vanadium, irradiés par des deutons de 12 MeV à — 150° C. Le taux de restauration varie nettement à l'inverse de la température de fusion des corps considérés.

Tableau I.

	Fe.	V.	Nb.	Ta.	W.
T_f	1540	1735	2410	2850	3410
$\frac{\Delta R_{20^\circ}}{\Delta R_{-15^\circ}}$	0,15	0,45	0,45	0,52	0,8
	—	0,49	—	0,55 [2]	—

(Fe. et V. : [4])

Lorsque les métaux considérés sont de structures cristallines différentes, ceci n'est plus vérifié.

(*) Séance du 29 juillet 1957.
(1) *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 678.
(2) MARX, COOPER et HENDERSON, *Phys. Rev.*, 88, n° 1, octobre 1955, p. 106.
(3) COOPER, KOEHLER et MARX, *Phys. Rev.*, 97, n° 3, 1955, p. 599.
(4) *Acta Met.*, 3, n° 2, mai 1955, p. 115.

MÉTALLOGRAPHIE. — *Sur la persistance de réseaux d'impuretés et d'imperfections dans un fer pur après divers traitements thermiques en phase α ou γ.* Note (*) de M. **PIERRE COULOMB**, transmise par M. Georges Chaudron.

Une attaque micrographique permet de révéler le tracé d'anciens joints et d'anciens sous-joints d'un fer de pureté 99,96 % malgré des traitements ultérieurs en phase α ou γ, ce qui montre la grande stabilité des associations d'impuretés et d'imperfections réticulaires.

Dans un métal les impuretés ont tendance à interagir avec les imperfections du réseau, et en particulier avec les joints de grains et les sous-joints. Ce fait a été mis à profit pour la détection micrographique de la sous-structure dans divers métaux (1), (2), (3). Nous avons recherché s'il pouvait subsister des traces de telles associations après un changement local ou général du réseau cristallin.

Nous sommes parti d'un fer d'une pureté 99,96 % (fer I du tableau). Dans l'état brut de forge, une attaque micrographique ou une observation en contraste de phase interférentiel (4) montrent des amas localisés de précipitation le long des joints de grains, et une polygonisation très poussée (*fig.* 3). Un long recuit dans le haut de la phase α, ou un laminage suivi d'un recuit provoquent une migration des joints. Mais on peut révéler le réseau primitif des joints de grains sous forme d'un alignement de figures de corrosion si l'on fait subir au métal une attaque très prolongée dans une solution saturée d'acide picrique, ou mieux dans une solution

à 4 % d'acide métanitrobenzènesulfonique [5] dans l'alcool éthylique (*fig.* 1). Le réseau ponctué s'allonge naturellement dans le sens du laminage (*fig.* 2) et persiste pour des traitements de 25, de 50 ou de 130 h à 890° sous hydrogène pur et sec. Ses relations avec le réseau actuel deviennent alors de moins en moins nettes. On peut parfois déceler quelques positions intermédiaires

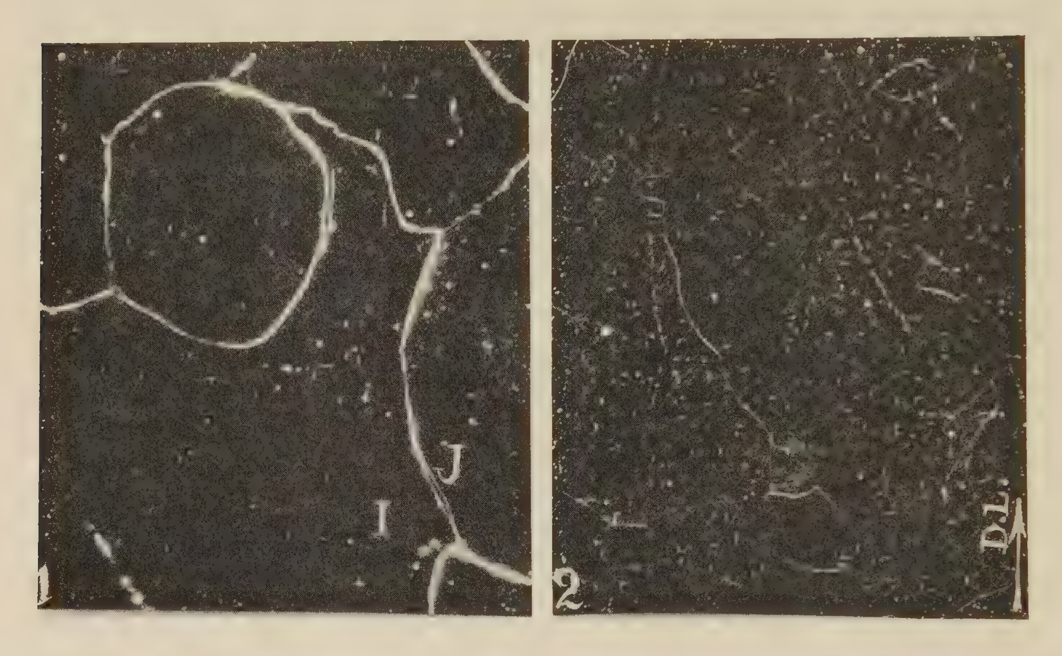


Fig. 1. — Migrations de joints au cours d'un recuit de fer I à 890° après un laminage de 27 %. On peut distinguer deux positions intermédiaires dans la migration du joint de I à J. Fond noir × 150.
Fig. 2. — Aspect du réseau ponctué après un laminage important (80 %) et un recuit de 48 h à 890°. Fond noir × 150.

des joints où ceux-ci ont laissé des impuretés associées peut-être à des imperfections résiduelles; sur la figure 2 on note ainsi deux positions intermédiaires pour l'un des joints. Ce réseau peut être décelé dans les mêmes conditions après un passage bref ou prolongé en phase γ (nos essais ont duré de 15 mn à 100 h à 950°); on remarque aussi un réseau assez incomplet de bandes de 10 à 50 μ de largeur sans figures d'attaque. Il correspond à d'anciens joints γ, comme le montre la comparaison entre le réseau primitif α, les fossés d'attaque thermique sur une surface polie et le réseau final α; il a été signalé par P. Samuel et A. G. Quarrell [6] qui l'ont attribué à une ségrégation du carbone ou de l'oxygène. La détection de ces deux réseaux n'est pas très sensible à la vitesse de refroidissement dans une gamme allant de la trempe à l'eau à un refroidissement en une dizaine d'heures dans le four de traitement.

Le fait le plus remarquable enfin est qu'on trouve après les divers traitements thermiques en α et γ, des lignes attaquées qui correspondent

au tracé des principaux *sous-joints de la structure α initiale* (*fig.* 3, 4 et 5), malgré une élimination par polissage de la zone en contact avec l'atmo-

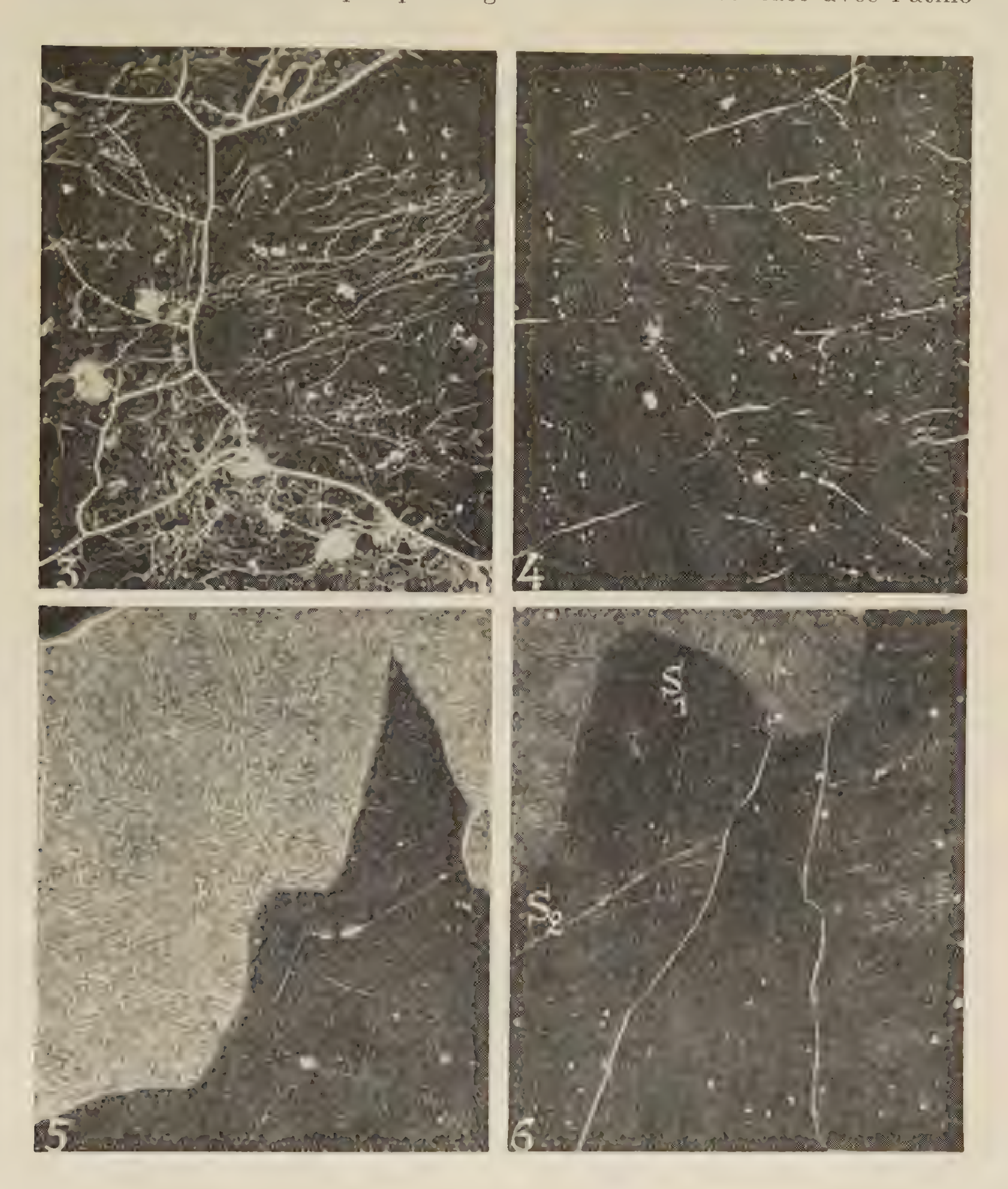


Fig. 3. — Le métal I brut de forge.
La sous-structure est révélée par attaque à l'acide métanitrobenzolsulfonique. Fond noir × 150.

Fig. 4. — Même plage après un traitement de 47 h à 1 000°, un polissage et une nouvelle attaque au même réactif (on distingue deux grains actuels et les traces de la structure α initiale). Fond noir × 150.

Fig. 5. — La structure α initiale (alignements blancs de figures) et la structure actuelle (grains de couleurs différentes) dans un échantillon de fer I recuit 28 h à 950°. Fond noir × 150.

Fig. 6. — Un échantillon de fer II ayant subi le même traitement. On distingue deux structures antérieures S_1 et S_2, la seconde présentant de nombreux sous-joints; les grains actuels sont marqués par des différences de teinte. Fond noir × 150.

sphère. Ces contours coupent les joints actuels comme les joints intermédiaires, sans que leur tracé soit dévié. Ils correspondent à la persistance d'un réseau d'impuretés, d'imperfections ou plus vraisemblablement d'une combinaison des deux, malgré le balayage ultérieur des joints ou les changements de structure ultérieurs.

Des phénomènes analogues ont pu être mis en évidence sur un autre fer (fer II du tableau) dont les impuretés de nature différente (impuretés surtout métalliques) ont aussi une teneur globale d'environ 0,04 % (*fig.* 6).

TABLEAU (*).

	Fer I.	Fer II.		Fer I.	Fer II.
C	0,0028	0,000	P	0,001	–
Si	0,0024	0,002	Ni	0,010	0,006
Mn	< 0,005	–	Cr	0,001	–
Al	0,003	0,027	H_2	0,000005	–
O_2	0,0022	0,000	C_0	–	0,001
N_2	0,0021	–	Mg	–	0,0007
S	0,0059	0,000	Cu	0,005	0,002

(*) Les fers I et II ont été préparés respectivement par le B. I. S. R. A. et par M. Fast.

Nous voyons donc que les traces de joints et sous-joints antérieurs peuvent être marquées par des impuretés, même à des teneurs assez faibles, et résister alors non seulement à des traitements en phase unique, mais au passage de la transformation $\alpha \rightarrow \gamma$ dans les deux sens. Nous nous proposons maintenant de déterminer la nature des impuretés en cause et de voir si les contours précédents correspondent à une désorientation actuelle du réseau, ce qui est rendu difficile par la faible taille des sous-grains, et par la superposition possible d'une polygonisation ultérieure due au passage du point de transformation $\gamma \rightarrow \alpha$.

(*) Séance du 5 août 1957.

(1) G. WYON et P. LACOMBE, *The Physical Society*, Londres, 1955, p. 187.
(2) J. J. GILMAN, *Trans. Amer. Inst. Met. Ing.*, 206, 1956, p. 998.
(3) J. C. SUITS et J. R. LOW, *Acta Metallurgica*, 5, 1957, p. 285.
(4) G. CIZERON et P. COULOMB, *Comptes rendus*, 243, 1956, p. 1037.
(5) C. BENEDICKS, *J. Iron and Steel Inst.*, 77, 1908, p. 153.
(6) *J. Iron and Steel Inst.*, 182, 1956, p. 20.

(*Centre de Recherches Métallurgiques de l'École des Mines, Paris.*)

CHIMIE THÉORIQUE. — *Contribution à la théorie de la coordinence cinq.* Note (*) de M. **CAMILLE DUCULOT**, présentée par M. Louis de Broglie.

Les orbitales orthonormées des liaisons pentavalentes, inaccessibles (1), (4) à la méthode classique de la théorie des valences dirigées, ont été déterminées

par une méthode utilisant la théorie des groupes ([2]), et comparées aux solutions obtenues dans les approximations des orbitales cylindriques ([3]) et des orbitales non orthogonales ([4]).

Pour chacun des groupes C_{3v}, D_{3h}, C_{4v}, C_{5v}, D_{5h}, nous indiquons l'analyse de la représentation Ξ, la matrice Λ, les vecteurs-hybridations $\vec{\Phi}$, les orbitales atomiques engagées dans les liaisons Π fortes ([5]), la force ω et les angles θ des configurations valencielles imposées par les orbitales hybrides $\vec{\Psi} = \Lambda^{-1}\vec{\Phi}$.

D_{3h} :

Ξ.	Λ.					Φ I.	Φ II.
A'_1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	.	.	s	s
A'_1	.	.	.	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	d_z	d_z
A''_2	.	.	.	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{-1}{\sqrt{2}}$	p_z	p_z
E'	$\frac{-2}{\sqrt{6}}$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	.	.	p_x	d_{xy}
E'	.	$\frac{-1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	.	.	p_y	d_{x+y}

	n.	I.	II.
θ	3.....	90	90
	1.....	180	180
	3.....	90	90
	3.....	120	120
ω	3.....	1,99	2,16
	2.....	2,81	2,81

Orbitales Π : $E''(d_{x+z}, d_{y+z})$.

C_{3v} :

						I.	II.	III.	IV.	V.
A_1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	.	.	s	s	s	d_z	p_z
A_1	.	.	.	.	1	p_z	p_z	p_z	s	s
A_1	.	.	.	1	.	d_z	d_z	d_z	p_z	d_z
E	$\frac{-1}{\sqrt{6}}$	$\frac{-1}{\sqrt{6}}$	$\frac{2}{\sqrt{6}}$	.	.	p_x	d_{xy}	d_{x+z}	d_{x+z}	d_{x+z}
E	$\frac{-1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	.	.	.	p_y	d_{x+y}	d_{y+z}	d_{y+z}	d_{y+z}

n.	I.	II.	III.	IV.	V.
3................	90	90	90	50	64
1................	180	180	180		
3................	90	90	90	29	142
3................	120	120	120	–	–
3................	1,99	2,15	2,15	2,04	2,33
1................	1,73	1,73	1,73	1	1
1................	2,23	2,23	2,23	1,73	2,23

Orbitales Π : néant.

D'autres orbitales du type IV conduisent à des structures quadrivalentes (orbitale s non dirigée).

C_{4v} :

						I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII
A_1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	.	s	s	s	s	p_z	p_z	d_z	d_z
A_1	.	.	.	.	1	p_z	p_z	d_z	d_z	d_z	d_z	p_z	p_z
B_1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	.	d_{xy}	d_{xy}	d_{xy}	d_{xy}	d_{xy}	d_{xy}	d_{xy}	d_{xy}
E	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	.	$\frac{-1}{\sqrt{2}}$	.	.	p_x	d_{z+x}	p_x	d_{z+x}	p_x	d_{z+x}	d_{z+x}	d_{z+x}
E	.	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	.	$\frac{-1}{\sqrt{2}}$	.	p_y	d_{z+y}	p_y	d_{z+y}	p_y	d_{z+y}	d_{z+y}	d_{z+y}

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.
4	90	70° 32	90	70° 32	85° 42	.	.	51° 19
4	90	54 44	90	54 44	74 05	.	.	37 46
2	180	109 28	180	109 28	148 15	.	.	75 36
4	2,69	2,43	2,69	2,43	2,31	.	.	2,18
1	1,73	1,73	2,23	2,23	2,23	.	.	1,73

Orbitales II : $B_2(d_{x+y})$.

C_{5v} et D_{5h} :

						I.	II.	III.	D_{5h}.	IV.
A_1	$\frac{1}{\sqrt{5}}$	$\frac{1}{\sqrt{5}}$	$\frac{1}{\sqrt{5}}$	$\frac{1}{\sqrt{5}}$	$\frac{1}{\sqrt{5}}$	s	d_z	d_z	A'_1	s
E_1	$\frac{2}{\sqrt{10}}$	$\frac{1}{2\sqrt{10}}(\sqrt{5}-1)$	$\frac{-1}{2\sqrt{10}}(\sqrt{5}+1)$	$\frac{-1}{2\sqrt{10}}(\sqrt{5}+1)$	$\frac{1}{2\sqrt{10}}(\sqrt{5}-1)$	d_{z+x}	p_x	d_{z+x}	E'_1	p_x
E_1	.	$\frac{-1}{2}\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{5}}$	$\frac{-1}{2}\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{5}}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{5}}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{5}}$	d_{z+y}	p_y	d_{z+y}	E'_1	p_y
E_2	$\frac{2}{\sqrt{10}}$	$\frac{-1}{2\sqrt{10}}(\sqrt{5}+1)$	$\frac{1}{2\sqrt{10}}(\sqrt{5}-1)$	$\frac{1}{2\sqrt{10}}(\sqrt{5}-1)$	$\frac{-1}{2\sqrt{10}}(\sqrt{5}+1)$	d_{xy}	d_{xy}	d_{xy}	E'_2	d_{xy}
E_2	.	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{5}}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{5}}$	$\frac{-1}{2}\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{5}}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{5}}$	d_{x+y}	d_{x+y}	d_{x+y}	E'_2	d_{x+y}

5	59° 55	72	45° 56	72
5	107° 54	144	78° 36	144
5	2,43	1,82	2,09	2,76

C_{5v}, orbitales II : néant. D_{5h}, orbitales II : $A''_2(p_z)$, $E''_1(d_{z+x}, d_{z+y})$.

Ce problème a déjà été étudié par deux autres méthodes : la première s'adapte [3] mal à la valence 5, puisqu'elle n'interprète que certaines solutions de C_{5v}; la deuxième méthode [4] ne présente pas la solution D_{5h} dont les orbitales sont pourtant les plus fortes, mais elle conduit pour C_{4v} et D_{3h} à des structures en bon accord avec les nôtres malgré la non-orthogonalité des orbitales.

Pour conclure sur les résultats de nos calculs, retenons seulement les hybridations construites sur les orbitales atomiques les plus stables, avec la considération de leurs principales caractéristiques électroniques. On remarquera aussitôt que l'interprétation de la valence 5 s'appuie principalement sur le rôle tenu par les orbitales d qu'on voit s'introduire graduellement dans l'hybridation depuis $sp^3 d$ (C_{3v}) jusqu'à $sp^2 d^2$ (D_{5h}).

$sp^2 d^2$ (D_{5h}) : 5 orbitales équivalentes fortes (2,76) construites sur d_{xy} et d_{x+y} notamment;

$sp^3 d_z$ (D_{3h}) : 3 orbitales équatoriales (1,99) et 2 orbitales polaires fortes (2,81) comme effet de l'intervention d'une seule orbitale d hybridée avec p_z;

$sp^3 d_{xy}$ (C_{4v}) : 4 orbitales équatoriales fortes (2,69) et une orbitale polaire faible comme effet d'une seule orbitale d et d'une orbitale p_z non hybridée;

$sp^3 d_z$ (C_{3v}) : 3 orbitales équatoriales (1,99) et deux orbitales polaires (2,23 et 1,73) par suite de la non-hybridation de p_z et d_z.

Les deux premiers modes, dont les orbitales atomiques sont toutes hybridées, sont les plus représentatifs de la valence 5. Des atomes tels que le phosphore et l'antimoine, dont l'un des électrons s peut être promu en d dans un premier état d'excitation, devraient donc pouvoir manifester la structure $sp^3 d_z$ dont les orbitales ont été discutées plus haut. Les mesures expérimentales (1) aux rayons X faites sur PCl_3F_2, PCl_5 et les dihalogénures de triméthylstibine confirment pleinement ces vues.

(*) Séance du 22 juillet 1957.

(1) PAULING, *Nature de la liaison chimique*, Presses Universitaires de France, 1949, p. 112.

(2) DUCULOT, *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 692.

(3) HULTGREN, *Phys. Rev.*, 40, 1932, p. 891.

(4) DAUDEL et BUCHER, *J. Chim. Phys.*, 42, 1945, p. 6.

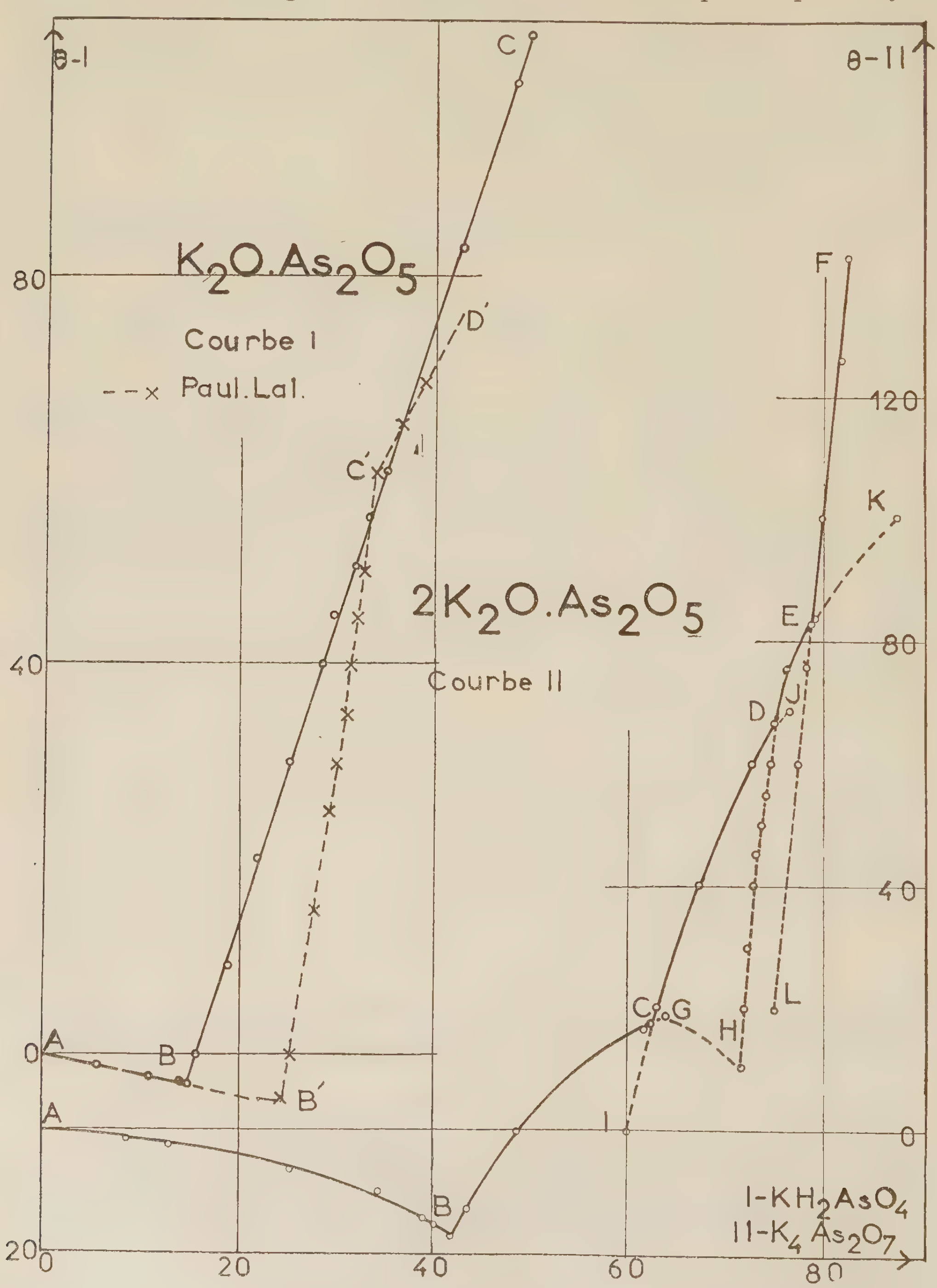
(5) KIMBALL, *J. Chem. Phys.*, 8, 1940, p. 188.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la solubilité des orthoarséniates mono- et bipotassiques.* Note (*) de M. CYRILLE DUC-MAUGÉ, transmise par M. Georges Chaudron.

Après avoir établi le diagramme d'équilibre K_2O—As_2O_5—H_2O à 20° (1), nous avons examiné la solubilité des orthoarséniates tripotassiques (2). La présente étude se rapporte aux orthoarséniates mono- et bipotassiques. Les systèmes KH_2AsO_4—H_2O et K_2HAsO_4—H_2O ont été explorés dans tout l'intervalle de température accessible aux mesures, à la pression atmosphérique.

La courbe I représente les variations de la solubilité de l'orthoarséniate monopotassique, solubilité exprimée en grammes de sel anhydre dans 100 g

de solution. Elle ne comprend que deux branches qui correspondent aux solides suivants : AB, glace et BC, orthoarséniate monopotassique anhydre



et se raccordent au point cryohydratique B (—2°,9 et 15,5 %). Nous n'avons caractérisé que le sel anhydre dont la solubilité croît assez vite

jusqu'au point d'ébullition de la solution non saturée : C (105° et 49,5 %) contrairement à d'autres auteurs ([3]) qui, en établissant la même courbe de solubilité (courbe en pointillés) ont cru isoler en outre le monohydrate.

Cependant, l'allure des branches B′ C′ et C′ D′ correspondant, sur le diagramme de ces auteurs, respectivement au monohydrate et au sel anhydre, est anormale puisque la solubilité du sel anhydre stable, aux températures les plus élevées, croît plus vite que celle du monohydrate. A une température légèrement inférieure à celle du point de transition C′ (59°,6), le sel anhydre serait le moins soluble et conformément aux lois de la thermodynamique le plus stable. Inversement, aux températures les plus élevées, le monohydrate deviendrait le sel le plus stable. Cette courbe n'est donc pas conforme aux lois de la thermodynamique et l'existence du monohydrate nous paraît douteuse. Aux températures supérieures à 20°, les résultats des diagrammes d'équilibre que nous avons établis ([4]), nous permettent d'exclure sa présence. Des essais entrepris aux environs de 0° nous ont systématiquement donné le sel anhydre. Nous pensons que le point C′ ne correspond pas à un point de transition et que seul le sel anhydre existe comme composé stable.

La courbe II concerne les orthoarséniates bipotassiques; la solubilité est exprimée en grammes de $K_4As_2O_7$ dans 100 g de solution. Elle comprend cinq branches correspondant aux composés suivants : la glace (AB), les orthoarséniates hexahydraté (BCGH), trihydraté (ICDJ), monohydraté (HDEK) et anhydre (LEF) qui se raccordent au point cryohydratique B et aux trois points de transition C, D et E, dont les caractéristiques sont les suivantes :

	Phases solides.	Température (°C).	$K_4As_2O_7$ (en g) dans 100 g de solution.
Point cryohydratique B.....	Glace —K_2HAsO_4, $6H_2O$	—17	41,9
Point de transition C.....	K_2HAsO_4, $6H_2O$—K_2HAsO_4, $3H_2O$	17	62,9
» » D.....	K_2HAsO_4, $3H_2O$—K_2HAsO_4, H_2O	66,5	74,9
» » E.....	K_2HAsO_4, H_2O—K_2HAsO_4	84	78,7

Le point cryohydratique se trouve à une température relativement basse (— 17°) et la solubilité déjà élevée croît rapidement le long de la branche BC de l'hexhydrate. Nous avons pu obtenir la fusion de ce sel dans son eau de cristallisation (point G : 18°,8) et même, en équilibre métastable, arriver au point de transition H avec le monohydrate (environ 10-11° et 71,5 %; la précision est alors faible, car l'équilibre peut ne pas être atteint étant donné la viscosité élevée de la solution).

Le même phénomène se reproduit pour les autres hydrates. C'est ainsi que le trihydrate existe déjà à 0° (point I : 60,1 %) et fond dans son eau

de cristallisation à 68°,5 (point J) et que le monohydrate, malgré son domaine de stabilité réduit (de 66,5 à 84°), a été isolé à 10° environ comme nous l'avons déjà vu (point de transition H) et fond dans son eau de cristallisation d'une façon peu nette vers 95-100°. Quant au sel anhydre, nous l'avons caractérisé à 20° (point L) et sa solution saturée bout à 143° (point F : 82,5 %).

En résumé, la détermination de la courbe de solubilité de l'orthoarséniate monopotassique ne nous a permis de caractériser que le sel anhydre tandis que dans le cas des orthoarséniates bipotassiques, nous avons isolé l'hexahydrate, le trihydrate, le monohydrate et le sel anhydre.

(*) Séance du 5 août 1957.

(1) H. Guérin et C. Duc-Maugé, *Comptes rendus*, 240, 1955, p. 2409.
(2) C. Duc-Maugé, *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 64.
(3) R. C. Paul, K. Lal, W. S. Gaind et S. S. Bawa, *J. Ind. Chem. Soc.*, 30, 1953, p. 428.
(4) H. Guérin et C. Duc-Maugé, *Bull. Soc. Chim.*, 1957 (en cours de publication).

(*Laboratoire de Chimie minérale industrielle, Faculté des Sciences de Nancy.*)

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Présence de deux aldolases de type différent dans le sérum.* Note (*) de Mme **Fanny Schapira**, MM. **Jean-Claude Dreyfus** et **Georges Schapira**, présentée par M. **Léon Binet**.

En comparant les vitesses de scission du fructose 1.6-diphosphate et du fructose 1-phosphate par l'aldolase sérique, dans diverses conditions physiopathologiques, les auteurs concluent à l'existence de deux aldolases circulantes de type et d'origine différents.

Les travaux de H. G. Hers et P. Jacques [1] ont démontré l'existence de deux aldolases différentes, celle du muscle et celle du foie. L'aldolase musculaire, cristallisée par O. Warburg et W. Christian [2] scinde le fructose 1.6-diphosphate (pour lequel elle a une affinité élevée) avec une vitesse dix à cent fois plus grande que le fructose 1-phosphate. Par contre, l'aldolase hépatique, partiellement purifiée par Cori [3] scinde à saturation de substrat le fructose 1-phosphate et le fructose 1.6-diphosphate à la même vitesse, comme l'a montré H. G. Hers [4]. La constante de Michaelis, vis-à-vis du fructose 1-phosphate étant d'ailleurs beaucoup plus élevée ($K_m = 10^{-2}$) que vis-à-vis du fructose 1.6-diphosphate ($K_m = 10^{-4}$) il est nécessaire d'opérer en présence d'une quantité de substrat cent fois plus grande.

Nous avons cherché à utiliser ces données pour la solution du problème de l'origine de l'aldolase sérique.

Technique. — Nous avons dosé colorimétriquement les trioses formés, selon la technique de J. A. Sibley et A. L. Lehninger [5] adaptée en ultra-

microméthode. Le dosage est pratiqué sur 10 μl de sérum (recueilli par section caudale s'il s'agit de rats ou de souris) en présence d'un excès d'hydrazine et, soit d'un excès de fructose 1.6-diphosphate, soit de 0,5 μM de fructose 1-phosphate pour un volume total de 45 μl : étant donnée la faible quantité de fructose 1-phosphate dont nous disposions (nous devons ce substrat à M. Hers) nous n'avons pu opérer en présence d'excès de fructose 1-phosphate. Les souris myopathes font partie de la souche 129, sélectionnée par le Roscoe B. Jackson Memorial Laboratory, à la suite de mutations spontanées de cette souche. Les hépatites expérimentales sont provoquées par l'injection intrapéritonéale de 0,05 ml de tétrachlorure de carbone pour 100 g de poids d'animal (le sang est recueilli 18 h après). La désoxycorticostérone est injectée dans le muscle à la dose de 10 mg pour 100 g de poids d'animal (le sang est recueilli 7 h après). Les hépatites sont des hépatites ictérigènes à virus; les myopathies sont du type Duchenne de Boulogne.

Résultats. — Les résultats sont rassemblés dans le tableau. Ils objectivent l'opposition entre les hyperaldolasémies par hépatites (expérimentales ou humaines) d'une part, et les hyperaldolasémies par myopathies, ou par traitement par la désoxycorticostérone, d'autre part. L'aldolase sérique des hépatites scinde une micromole de fructose 1-phosphate pour deux ou trois micromoles de fructose 1.6-diphosphate, alors que le rapport entre la vitesse de scission des deux substrats dans le cas des hyperaldolasémies par myopathie ou par traitement par la désoxycorticostérone est supérieur à 30 ([6]). Quant à l'aldolase physiologique de la souris notre premier résultat indique au minimum une grande prédominance de l'aldolase de type musculaire, le sérum des souris scindant vingt fois plus vite le fructose 1.6-diphosphate que le fructose 1-phosphate.

Micromolécules de trioses formés par millilitre de sérum (par heure, à 38°C).

			Substrat F.1-P.	Substrat F.1-6-P.	Rapport $\frac{F.1\text{-}6\text{-}P}{F.1\text{-}P}$.
Hépatites	Expérimentale	Souris	34	50	1,4
		Rat	20	70	3,5
			17	58	3,4
	Humaines		1,4	3,8	2,7
			4,3	7,6	1,8
Myopathies	de la souris (pool de 4 animaux)		0,3	18	60
	humaines		< 0,1	15	> 100
			< 0,1	12	> 100
Rats traités par la désoxycorticostérone			1	32	32
			0,5	56	112
Souris normales (pool de 5 animaux)			0,3	6,4	21

Conclusions. — Nos résultats, concluant à deux types d'aldolase présents dans le sérum, dans diverses conditions physiopathologiques, permettent de poser les bases de l'identification de l'origine tissulaire d'un enzyme sérique.

(*) Séance du 29 juillet 1957.

(1) *Arch. Intern. Physiol.*, 61, 1953, p. 260.

(2) *Biochem. Z.*, 314, 1943, p. 149.

(3) G. T. Cori, S. Ochoa, M. Slein et C. F. Cori, *Biochim. Biophys. Acta*, 7, 1951, p. 304.

(4) *Le Métabolisme du Fructose*, Arscia, Bruxelles, 1957.

(5) *J. Biol. Chem.*, 177, 1949, p. 859.

(6) Le substrat n'étant pas à saturation, on ne peut obtenir la vitesse maxima décrite par Hers.

(Travail du Laboratoire de Recherches de Biochimie médicale, Hôpital des Enfants-Malades, Paris.)

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Modifications chez le Cheval, du taux des glycoprotéines sériques au cours d'une immunisation par l'anatoxine tétanique.* Note (*) de M. **Albert Delaunay**, Mlle **Michelle Henon**, M. **Pierre Bruyet**, Mme **Christiane Meignien** et M. **Pierre Reculard**, transmise par M. Gaston Ramon.

Depuis 1947, de multiples recherches ont été consacrées, chez l'Homme, à l'étude des glycoprotéines sériques. Les expériences faites chez l'animal sont, en revanche, beaucoup moins nombreuses. Rares, notamment, sont les auteurs qui ont pensé à examiner les modifications de ces corps apportées par une immunisation. Les facilités dont nous disposions à cet égard (présence à nos côtés de nombreux animaux producteurs de sérums thérapeutiques) nous ont incités à aborder cette question.

1. *Mode opératoire.* — Trois séries d'expériences ont été faites, au cours de 1956 et au début de 1957. Chaque série comprenait quatre chevaux. Ces animaux, neufs au départ, étaient immunisés par l'anatoxine et la toxine tétaniques (additionnées d'alun). Nous donnerons ici, en exemple, le protocole d'une série d'immunisations (les résultats portés, plus loin, dans notre tableau ont été obtenus avec le sérum d'un cheval faisant partie de cette série). Dates et quantités d'anatoxine injectée : 25 juin, 5 ml; 27 juin, 10 ml; 29 juin, 15 ml; 2 juillet, 20 ml; 4 juillet, 40 ml; 6 juillet, 60 ml; 9 juillet, 80 ml. Dates et quantités de toxine injectée : 11 juillet, 120 ml; 13 juillet, 160 ml; 16 juillet, 200 ml; 19 juillet, 250 ml. Quelques injections de rappel ont été faites ultérieurement. Des échantillons de sérum ont été recueillis le 25 juin (avant l'injection de vaccin), puis le 27 juin, les 2, 9, 16 et 26 juillet, le 12 octobre, enfin le 21 novembre 1956.

Dans ces échantillons, les glycoprotéines totales ont été dosées par la méthode au tryptophane de Shetlar (1), les glycoprotéines perchlorosolubles également par la méthode de Shetlar (2). Le dosage des hexosamines dans les glycoprotéines totales ou perchlorosolubles a été fait par la méthode de Elson et Morgan (3).

Corrélativement, nous avons estimé, par les méthodes courantes, la teneur des sérums en protéines totales et en cholestérol, nous avons dosé la tyrosine des glycoprotéines perchlorosolubles. Enfin, appliquant nos observations faites naguère avec le salicylate ([4]), nous avons examiné la rapidité avec laquelle ce sel, ajouté à dose forte (10 %) à un sérum, provoque la gélification de celui-ci quand on le chauffe 1 h à 56°.

Il va sans dire que tous ces examens ont été complétés par une mesure du titre des sérums correspondants en antitoxine tétanique.

2. *Résultats.* — Nous avons reporté, dans le tableau suivant, les résultats que nous avons obtenus, en étudiant le sérum de cheval n° 728, appartenant à notre seconde série d'immunisations, et vacciné par l'anatoxine et la toxine tétaniques.

	25 juin.	27 juin.	2 juillet.	9 juillet.	16 juillet.	26 juillet.	12 octobre.	21 novembre.
Degré de gélification donnée par le salicylate ([a])	+	+	+++	++++	++++	++++	++++	++++
Teneur en glycoprotéines totales ([b])	125	125	175	200	212	225	180	180
» en hexosamines des glycoprotéines totales ([c])	104,5	113	140	180	203	174	190	167
Teneur en glycoprotéines perchlorosolubles ([b])	12	10,15	13	9	8,75	7	2,8	3,6
Teneur en hexosamines des glycoprotéines perchlorosolubles ([c])	3,7	3	5	3,7	4,4	2,6	1,7	1,7
Teneur en tyrosine des glycoprotéines perchlorosolubles ([c])	2	1,9	2,8	2	1,7	1,5	1,5	1,8
Teneur en protéines totales ([d])	58,5	58,5	67,5	73	–	81	64	68
» en cholestérol ([d])	1	0,88	0,9	0,83	–	0,70	0,77	–
» en antitoxine tétanique ([e])	<15	<15	25	200	780	1550	1380	850

([a]) ++++ indique une gélification totale du sérum.
([b]) Teneur exprimée en milligrammes de galactose-mannose pour 100 ml de sérum.
([c]) Teneur exprimée en milligrammes pour 100 ml de sérum.
([d]) Teneur exprimée en grammes pour 1000 ml de sérum.
([e]) Teneur exprimée en unités internationales.

A la lecture de ce tableau, plusieurs faits se dégagent nettement :

1° En premier lieu, ce qui pouvait être tout à fait attendu, l'augmentation de la teneur du sérum en antitoxine tétanique;

2° Fait aussi satisfaisant, l'apparition d'une gélification du sérum chauffé sous l'influence du salicylate. Nous pouvons confirmer, ainsi, nos observations antérieures ([4]);

3° Ce qui frappe non moins, et qui est nouveau, est l'augmentation progressive (et finalement marquée) du taux des glycoprotéines totales et des hexosamines présentes dans ces glycoprotéines. Ce taux, cependant, après avoir atteint un palier, tend progressivement à redescendre (il est intéressant de noter un état de chose analogue avec l'antitoxine);

4° Le taux des protéines totales suit un même ordre de fluctuations;

5° En revanche, on observe une chute des glycoprotéines perchloro-

solubles (leur teneur en hexosamines n'offrant pas de modifications significatives);

6° Légère chute de la teneur en tyrosine des mêmes glycoprotéines. Chute également de la teneur du sérum en cholestérol.

L'ensemble de ces faits n'est, en aucune façon, l'attribut du sérum que nous venons d'étudier en détail. Nous les avons retrouvés avec les sérums provenant des chevaux qui appartenaient à la même série ou aux deux autres séries d'immunisations. Ils sont, on peut le dire, *constants*. Nous les avons retrouvés encore en examinant le sérum de chevaux vaccinés par l'anatoxine diphtérique et, aussi, celui de lapins vaccinés par des bacilles typhique ou paratyphiques ou des cellules de levure. Par là, nos résultats confirment tout à fait ceux des auteurs qui s'étaient penchés déjà sur la question ([5]), et ceci n'est pas dénué d'intérêt car le matériel utilisé par nous était neuf.

Ce qu'il importe de retenir, c'est évidemment l'*augmentation progressive et importante du taux des glycoprotéines totales*. Elle reflète celle du taux de l'anticorps. Nous cherchons en ce moment à établir quelle est, de ce phénomène, la signification.

(*) Séance du 5 août 1957.

([1]) M. R. Shetlar, J. V. Foster et coll., *Cancer Res.*, 9, 1949, p. 515.

([2]) M. R. Shetlar, J. V. Foster et coll., *Proc. Soc. Exp. Biol. Med.*, 67, 1948, p. 125.

([3]) L. A. Elson et W. T. J. Morgan, *Bioch. J.*, 27, 1933, p. 1824.

([4]) A. Delaunay et C. de Roquefeuil, *Rev. Immunol.*, 18, 1954, p. 230.

([5]) R. N. Hammerstrom, F. H. Adams, J. Bussman et C. W. Lillehei, *Proc. Soc. Exp. Biol. Med.*, 79, 1952, p. 527; W. J. Kuhns, *J. Exp. Med.*, 100, 1954, p. 485; H. E. Weimer, J. Redlich-Moshin et E. L. Nelson, *J. Immunol.*, 74, 1955, p. 243; H. E. Weimer, E. Jameson, J. Redlich-Moshin, F. A. Quinn et E. L. Nelson, *Proc. Soc. Exp. Biol. Med.*, 88, 1955, p. 571; H. E. Weimer, J. Redlich-Moshin, F. A. Quinn et E. L. Nelson, *J. Immunol.*, 78, 1957, p. 1.

La séance est levée à 15 h 30 m.

L. B.